I

수와 식

1 유리수의 소수 표현

2 순환소수의 분수 표현

3 지수법칙

4 단항식의 곱셈과 나눗셈

5 다항식의 덧셈과 뺄셈

6 다항식의 곱셈과 나눗셈

돌고 도는 세상

우리 주변에는 사계절 순환처럼 반복되는 것들이 참 많아.

헉헉! 오늘 10^3바퀴나 돌았어.

난 너보다 100배 더 많이 돌 거야.

마치 지난 겨울방학 때처럼 돌고 도네.

내일은 진짜 공부할 거야.

이거 재미있는데?

조금만 더 놀까?

아, 공부해야지.

배운 내용 확인하기



정답과 풀이 268쪽

분수와 소수의 관계 | 초 5~6

1 다음 분수를 소수로, 소수를 기약분수로 나타내시오.

(1) $\frac{11}{10}$ (2) $\frac{3}{4}$ (3) 1.5 (4) 0.24

소인수분해 | 중 1

1보다 큰 자연수를 소인수들만의 곱으로 나타내는 것을 소인수분해 한다고 한다.

2 다음 수를 소인수분해 하시오.

(1) 12 (2) 30 (3) 84 (4) 144

일차식과 수의 곱셈, 나눗셈 | 중 1

3 다음을 계산하시오.

(1) $2a \times 3$ (2) $12b \times \left(-\frac{1}{4}\right)$

(3) $36x \div (-6)$ (4) $\left(-\frac{3}{7}y\right) \div (-3)$

일차식의 덧셈과 뺄셈 | 중 1

- 일차식의 덧셈: 괄호를 먼저 푼 후 동류항끼리 모아서 계산한다.
- 일차식의 뺄셈: 빼는 식의 각 항의 부호를 바꾸어 더한다.

4 다음을 계산하시오.

(1) $(3a-4)+(-a+5)$ (2) $2(3x+2)-(7x-1)$

1 유리수의 소수 표현

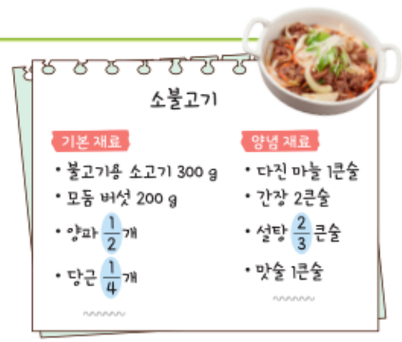
- 순환소수의 뜻을 알고, 순환소수로 나타낼 수 있는 유리수의 특징을 이해한다.

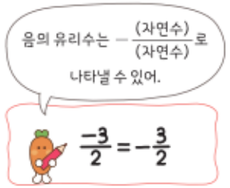
순환소수는 무엇일까?

발견하기

오른쪽은 소불고기를 요리하기 위한 기본 재료와 양념 재료를 나타낸 것이다. 다음 표의 분수를 각각 소수로 나타내 보자.

분수	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$
소수			





유리수는 분수 $\frac{a}{b}$ (a, b는 정수, $b \neq 0$) 꼴로 나타낼 수 있는 수이다. 이때 분수 $\frac{a}{b}$는 $a \div b$이므로 분자를 분모로 나누어 정수 또는 소수로 나타낼 수 있다.

발견하기에서 분수 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$를 각각 소수로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{1}{2} = 1 \div 2 = 0.5$$

$$\frac{1}{4} = 1 \div 4 = 0.25$$

$$\frac{2}{3} = 2 \div 3 = 0.666\cdots$$

이때 0.5, 0.25와 같이 소수점 아래에 0이 아닌 숫자가 유한 번 나타나는 소수를 **유한소수**라 하고, 0.666…과 같이 소수점 아래에 0이 아닌 숫자가 무한 번 나타나는 소수를 **무한소수**라고 한다.

문제 1 다음 분수를 소수로 나타내고, 유한소수와 무한소수로 구분하시오.

(1) $\frac{2}{9}$ (2) $\frac{5}{4}$ (3) $\frac{7}{25}$ (4) $-\frac{3}{11}$

무한소수 중에는 0.010010001…, 원주율 $\pi=3.14159265\cdots$와 같이 순환소수가 아닌 무한소수도 있다.

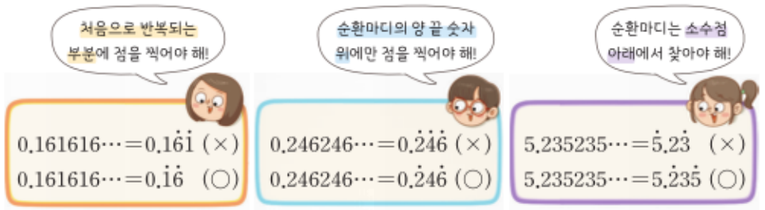
무한소수 중에서 0.777…이나 1.292929…와 같이 소수점 아래의 어떤 자리에서부터 일정한 숫자의 배열이 한없이 되풀이되는 소수가 있다. 이와 같은 무한소수를 **순환소수**라 하고, 이때 소수점 아래에서 숫자의 배열이 되풀이되는 가장 짧은 한 부분을 **순환마디**라고 한다.

예를 들어 무한소수 3.231231231…은 순환마디가 231인 순환소수이다.

순환소수는 첫 번째 순환마디의 양 끝의 숫자 위에 점을 찍어서

$$3.231231231\cdots=3.\dot{2}3\dot{1}$$

과 같이 나타낸다.



문제 2 다음 순환소수의 순환마디를 말하고, 순환마디에 점을 찍어 간단히 나타내시오.

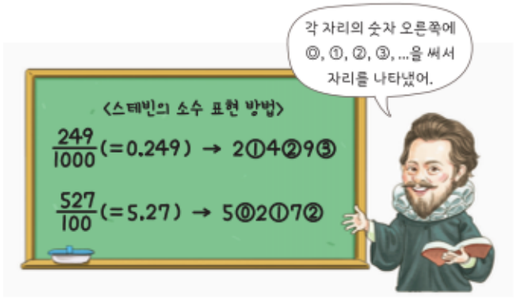
(1) 0.555…　　(2) 0.3717171…　　(3) 1.924924924…

수학 TALK

소수 표현은 언제부터 사용했을까?

분수 표현은 오래전 고대 문명에서부터 사용해 온 반면, 소수 표현은 비교적 최근에 사용하기 시작하였다. 소수를 표현하는 방법이 없었을 때, 사람들은 특정 수를 정확하게 나타내거나 계산하는 데 어려움을 겪었다.

네덜란드의 수학자 스테빈(Stevin, S., 1548~1620)은 1585년에 최초로 소수 표현을 체계적으로 정리하였다.



스테빈은 오른쪽 그림과 같이 원 문자를 이용하여 소수를 표현하였으며, 이후 소수 표현 방법은 계속 발전하여 오늘날과 같은 모습에 이르게 되었다.

(한국수학사학회, 2009년)

어떤 유리수를 유한소수로 나타낼 수 있을까?

발견하기



다음 물음에 답해 보자.

1 소수는 기약분수로, 기약분수는 소수로 나타내고, 기약분수의 분모의 소인수를 구하여 아래 표를 완성해 보자.

소수	0.3	0.17			
기약분수	$\frac{3}{10}$		$\frac{1}{5}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{8}{15}$
분모의 소인수	2, 5				

2 **1**의 표의 소수 중 유한소수를 모두 찾아보자.

발견하기의 0.3, 0.17과 같은 유한소수는 다음과 같이 분모가 10의 거듭제곱인 분수로 나타낼 수 있다.

$$0.3=\frac{3}{10},\ 0.17=\frac{17}{100}=\frac{17}{10^2}$$

이때 분모를 각각 소인수분해 하면

$$10=2\times5,\ 10^2=2^2\times5^2$$

과 같이 소인수가 2와 5뿐임을 알 수 있다.

한편 분수 $\frac{1}{5}$, $\frac{7}{8}$은 다음과 같이 분모를 10의 거듭제곱으로 고쳐서 유한소수로 나타낼 수 있다.

$$\frac{1}{5}=\frac{1\times2}{5\times2}=\frac{2}{10}=0.2$$

$$\frac{7}{8}=\frac{7}{2^3}=\frac{7\times5^3}{2^3\times5^3}=\frac{875}{10^3}=0.875$$

이와 같이 기약분수로 나타내었을 때, 분모의 소인수가 2 또는 5뿐인 유리수는 분모가 10의 거듭제곱인 분수로 고칠 수 있으므로 유한소수로 나타낼 수 있다.

그러나 $\frac{8}{15}=\frac{8}{3\times5}$과 같이 기약분수로 나타내었을 때, 분모에 2와 5 이외의 소인수가 있는 유리수는 분모가 10의 거듭제곱인 분수로 고칠 수 없으므로 유한소수로 나타낼 수 없다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

유한소수로 나타낼 수 있는 유리수

정수가 아닌 유리수를 기약분수로 나타내었을 때, 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이면 그 유리수는 유한소수로 나타낼 수 있다.



함께 풀기 1 분수 $\frac{3}{20}$, $\frac{9}{24}$, $\frac{11}{70}$ 중 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 찾으시오.

각 분수를 기약분수로 고친 후 분모의 소인수를 확인하면 다음과 같다.

$\frac{3}{20}=\frac{3}{2^2\times5}$ ➡ 분모의 소인수: 2, 5

$\frac{9}{24}=\frac{3}{\square}=\frac{3}{\square^3}$ ➡ 분모의 소인수: $\square$

$\frac{11}{70}=\frac{11}{2\times5\times\square}$ ➡ 분모의 소인수: 2, 5, $\square$

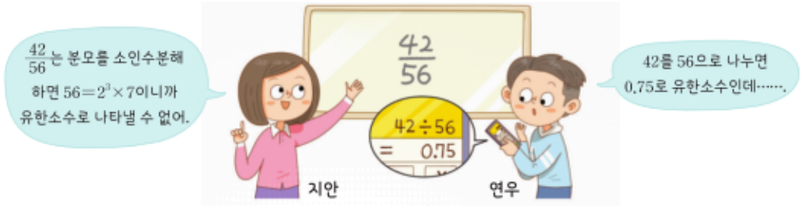
따라서 주어진 분수 중 유한소수로 나타낼 수 있는 것은 기약분수로 나타내었을 때 분모의 소인수가 2 또는 5뿐인 $\frac{3}{20}$, $\square$이다.

문제 3 다음 중 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 찾으시오.

(1) $\frac{6}{2\times3\times5}$ (2) $\frac{2}{55}$ (3) $\frac{15}{72}$ (4) $-\frac{39}{104}$

생각 KEY 우기 의사소통

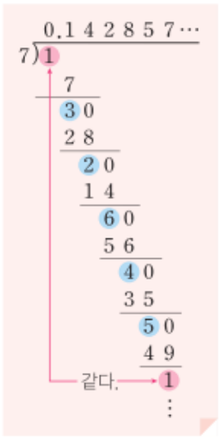
다음 대화를 읽고 지안이의 말이 틀린 이유를 설명해 보자.



어떤 유리수를 순환소수로 나타낼 수 있을까?

분모가 2와 5 이외의 소인수를 가지는 기약분수를 소수로 나타내 보자.

분수 $\frac{1}{7}$을 소수로 나타내기 위하여 오른쪽과 같이 나눗셈을 하는 과정에서 다음을 알 수 있다.



나눗셈을 하는 과정에서 나머지가 0이 나오면 유한소수가 된다.

① 나머지는 7보다 작은 수인 1, 2, 3, 4, 5, 6의 6개 중 하나이므로 많아야 7번째에는 같은 수가 나타난다.

② 같은 수가 나타나면 그때부터 같은 계산 과정이 되풀이되므로 순환마디가 생기게 된다.

따라서 $\frac{1}{7}$을 소수로 나타내면 다음과 같이 순환소수가 된다.

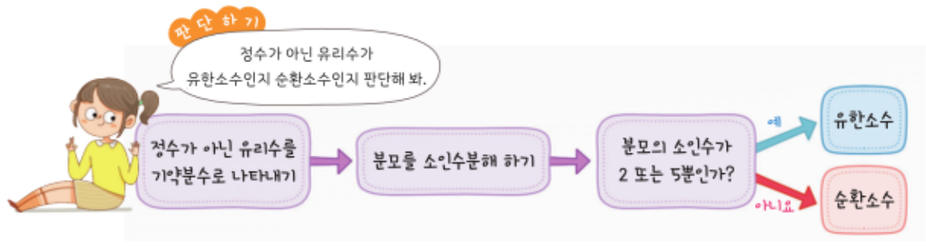
$\frac{1}{7}=0.142857142857142857\cdots=0.\dot{1}4285\dot{7}$

이와 같이 분모가 2와 5 이외의 소인수를 가지는 기약분수를 소수로 나타내면 무한소수가 되고 그 무한소수는 순환소수이다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

순환소수로 나타낼 수 있는 유리수

정수가 아닌 유리수를 기약분수로 나타내었을 때, 분모가 2와 5 이외의 소인수를 가지면 그 유리수는 순환소수로 나타낼 수 있다.



문제 4 다음 중 순환소수로만 나타낼 수 있는 것을 모두 찾으시오.

(1) $\frac{2}{9}$ (2) $\frac{11}{20}$ (3) $\frac{15}{42}$ (4) $-\frac{21}{112}$

소단원 바로 확인하기

정답과 풀이 | 268쪽

개념 콕 ○× 퀴즈

(1) $5.333\cdots$을 간단히 나타내면 $5.\dot{3}\dot{3}$이다. ( )

(2) 분모의 소인수가 2 또는 5뿐인 기약분수는 유한소수로 나타낼 수 있다. ( )

(3) 순환소수로만 나타낼 수 있는 기약분수는 분모에 2 또는 5를 곱해 분모를 10의 거듭제곱으로 만들 수 있다. ( )

1 11쪽

다음 수를 유한소수와 무한소수로 구분하시오.

(1) 0.256 (2) $0.787878\cdots$

(3) 0.999999 (4) $1.1121231234\cdots$

2 12쪽

다음 분수를 순환소수로 나타내시오.

(1) $\frac{4}{9}$ (2) $-\frac{7}{15}$

3 15쪽

다음 보기 중 순환소수로만 나타낼 수 있는 것을 모두 고르시오.

보기

ㄱ. $\frac{21}{2\times3^2\times7}$ ㄴ. $\frac{8}{35}$

ㄷ. $\frac{27}{96}$ ㄹ. $\frac{15}{132}$

4 14쪽

다음 분수에 어떤 자연수를 곱하면 유한소수로 나타낼 수 있다. 어떤 자연수 중 가장 작은 자연수를 구하시오.

(1) $\frac{13}{2\times5\times11}$ (2) $\frac{26}{156}$

생각 쑥 15쪽

문제해결

분수 $\frac{15}{2\times x}$를 순환소수로만 나타낼 수 있을 때, 10 이하의 자연수 중 x의 값이 될 수 있는 것을 모두 구하시오.

수학 역량 UP

문제해결

신비로운 수 142857

프랑스의 작가 베르나르 베르베르(Bernard Werber, 1961~)의 작품에는 142857이라는 수가 자주 등장하는데, 그의 소설 "신"에서는 주인공이 사는 빌라의 주소가 142857호이다. 142857은 〈그림 1〉과 같이 이 수에 1부터 6까지의 어떤 자연수를 곱해도 그 결과는 1, 4, 2, 8, 5, 7이 배열 순서만 다르게 나타나는 특징이 있다. 142857의 신비로운 성질에 대하여 더 알아보자.





〈그림 1〉

활동 1

$\frac{1}{7}$을 소수로 나타내면 $0.\dot{1}42857\dot{}$이다. 〈그림 1〉을 이용하여 $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{6}{7}$을 순환소수로 나타내 보자.

$\frac{1}{7}=0.\dot{1}42857\dot{}$	$\frac{2}{7}=$	$\frac{3}{7}=$
$\frac{4}{7}=$	$\frac{5}{7}=$	$\frac{6}{7}=$

활동 2

$\frac{1}{7}$의 순환마디 142857을 앞의 세 자리와 뒤의 세 자리 두 부분으로 나누어 더하면 $142+857=999$이다.

$\frac{2}{7}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{6}{7}$의 순환마디에서도 이러한 성질이 성립하는지 확인해 보자.

활동 3

$142857^2=204081224490$이다. 20408122449를 앞의 다섯 자리와 뒤의 여섯 자리 두 부분으로 나누어 더하면 어떤 값이 나오는지 확인해 보자.



2 순환소수의 분수 표현

● 순환소수를 분수로 나타내고, 유리수와 순환소수의 관계를 설명할 수 있다.

순환소수는 어떻게 분수로 나타낼까?

발견하기

순환소수 $0.\dot{7}$을 x라고 할 때, 다음 물음에 답해 보자.

1 오른쪽 □ 안에 알맞은 수를 써넣고, 두 수 x, $10x$의 소수점 아래의 부분을 비교해 보자.

2 두 수 x, $10x$의 값의 차를 구해 보자.

$x=0.777\cdots$

$10x=$ □

발견하기에서 소수 $0.777\cdots$은 그 수를 10배 한 수와 소수점 아래의 부분이 같은 순환소수임을 알 수 있다.

이를 이용하여 $0.\dot{7}$을 분수로 나타내 보자.

1 순환소수를 x로 놓기	$0.\dot{7}$을 x라고 하면 $x=0.777\cdots$ …… ①
2 등식의 양변에 10의 거듭제곱 곱하기	①의 양변에 10을 곱하면 $10x=7.777\cdots$ …… ②
3 두 식을 변끼리 빼서 분수로 나타내기	②에서 ①을 변끼리 빼면 $9x=7$ 따라서 $x=\frac{7}{9}$이므로 $0.\dot{7}=\frac{7}{9}$

$$\begin{array}{r} 10x=7.777\cdots \\ -)\quad x=0.777\cdots \\ \hline 9x=7 \end{array}$$



일반적으로 주어진 순환소수에 10의 거듭제곱을 적당히 곱하여 소수점 아래의 부분을 서로 같게 만든 후 두 순환소수의 차가 정수임을 이용하면 순환소수를 분수로 나타낼 수 있다.

함께 풀기 1

순환소수 $0.\dot{3}\dot{5}$를 분수로 나타내시오.

$0.\dot{3}\dot{5}$를 x라고 하면 $x=0.353535\cdots$ …… ①

①의 양변에 100을 곱하면

$100x=35.353535\cdots$ …… ②

②에서 ①을 변끼리 빼면

$99x=35$, $x=\frac{35}{99}$

$$\begin{array}{r} 100x=35.3535\cdots \\ -)\quad x=0.3535\cdots \\ \hline 99x=35 \end{array}$$

답 $\frac{35}{99}$

스스로 풀기

순환소수 $4.\dot{1}\dot{2}$를 분수로 나타내시오.

$4.\dot{1}\dot{2}$를 x라고 하면 $x=4.121212\cdots$ …… ①

①의 양변에 100을 곱하면

$100x=$ _____ …… ②

②에서 ①을 변끼리 빼면

$99x=$ _____, $x=$ _____

$$\begin{array}{r} 100x=\square \\ -)\quad x=4.1212\cdots \\ \hline 99x=\square \end{array}$$

답 _____

문제 1 다음 순환소수를 분수로 나타내시오.

(1) $2.\dot{6}$ (2) $0.\dot{2}\dot{1}\dot{5}$

함께 풀기 2

순환소수 $2.3\dot{1}$을 분수로 나타내시오.

$2.3\dot{1}$을 x라고 하면 $x=2.3111\cdots$ …… ①

①의 양변에 10을 곱하면

$10x=23.111\cdots$ …… ②

①의 양변에 100을 곱하면

$100x=231.111\cdots$ …… ③

③에서 ②를 변끼리 빼면

$90x=208$, $x=\frac{104}{45}$

$$\begin{array}{r} 100x=231.111\cdots \\ -)\quad 10x=23.111\cdots \\ \hline 90x=208 \end{array}$$

답 $\frac{104}{45}$

스스로 풀기

순환소수 $3.5\dot{6}$을 분수로 나타내시오.

$3.5\dot{6}$을 x라고 하면 $x=3.5666\cdots$ …… ①

①의 양변에 10을 곱하면

$10x=35.666\cdots$ …… ②

①의 양변에 100을 곱하면

$100x=$ _____ …… ③

③에서 ②를 변끼리 빼면

$90x=$ _____, $x=$ _____

$$\begin{array}{r} 100x=\square \\ -)\quad 10x=35.666\cdots \\ \hline 90x=\square \end{array}$$

답 _____

문제 2 다음 순환소수를 분수로 나타내시오.

(1) $0.4\dot{3}$ (2) $2.3\dot{7}\dot{2}$

이상에서 순환소수는 분수 $\frac{a}{b}$ (a, b는 정수, $b \neq 0$) 꼴로 나타낼 수 있으므로 유리수임을 알 수 있다. 유한소수 역시 분수로 나타낼 수 있으므로 유리수이다.

따라서 유한소수와 순환소수는 모두 유리수임을 알 수 있다.

일반적으로 유리수와 순환소수 사이에는 다음 관계가 성립한다.

유리수와 순환소수의 관계

❶ 정수가 아닌 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다.

❷ 유한소수와 순환소수는 모두 유리수이다.

문제 3 다음 수 중 유리수를 모두 찾으시오.

2.53	π	$6.222\cdots$
$5.\dot{6}\dot{4}$	$8.131131113\cdots$	

생각 KEY 우기 추론 · 의사소통

다음 중 잘못 말한 학생을 모두 찾고, 그 이유를 설명해 보자.



소단원 바로 확인하기

정답과 풀이 | 269쪽

개념 콕 OX 퀴즈

(1) $x=0.2\dot{5}$일 때, x와 $10x$의 소수점 아래의 부분은 서로 같다. ( )

(2) $0.\dot{4}$를 분수로 나타내면 $\frac{4}{9}$이다. ( )

(3) $0.3\dot{1}$은 유리수이다. ( )

1 18쪽

다음은 순환소수 $0.1\dot{8}$을 분수로 나타내는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

$0.1\dot{8}$을 x라고 하면 $x=0.1888\cdots$

$100x=$□

$-)\ 10x=\ 1.888\cdots$

$90x=$□

$x=$□

2 18쪽

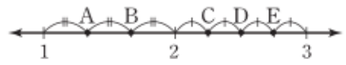
다음 순환소수를 분수로 나타내시오.

(1) $3.\dot{4}$ (2) $0.\dot{2}\dot{7}$

(3) $1.5\dot{2}$ (4) $2.46\dot{0}$

3 18쪽

다음 수직선 위의 점 A, B, C, D, E 중 순환소수 $1.\dot{6}$을 나타내는 점을 말하시오.



4 20쪽

다음 보기 중 유리수를 모두 고르시오.

보기

ㄱ. $\frac{3}{5}$ ㄴ. -6.25

ㄷ. $4.1\dot{7}$ ㄹ. $0.505505550\cdots$

생각 up 18쪽 문제해결

순환소수 $0.\dot{a}$를 기약분수로 나타내었을 때 분모가 30이 되도록 하는 한 자리의 자연수 a의 개수를 구하시오.

3 지수법칙

● 지수법칙을 이해하고, 이를 이용하여 식을 간단히 할 수 있다.

$a^m \times a^n$은 어떻게 간단히 할까?

발견하기

다음은 13세기 이탈리아의 피보나치(Fibonacci, 1170?~1250?)가 쓴 "산반서"에 나오는 내용이다.

> 로마로 가는 길에 7명의 늙은 여인이 있다. 각 여인은 노새를 7마리씩 데리고 있고, 각 노새는 자루를 7개씩 등에 지고 있으며, 각 자루에는 빵이 7개씩 들어 있다.
>
> (박경미, "박경미의 수학N")

피보나치는 이탈리아의 수학자로 유럽에 힌두-아라비아 숫자를 소개한 것으로 유명해.

1 자루의 수를 7의 거듭제곱으로 나타내 보자.

2 빵의 수는 자루의 수의 몇 배인지 구해 보자.

3 빵의 수를 7의 거듭제곱으로 나타내 보자.

이전에 배운 내용

7^4 ← 지수, 7 ← 밑

발견하기에서 자루의 수는 7^3이고 각 자루에는 빵이 7개씩 들어 있으므로 빵의 수는 $7^3 \times 7 = (7 \times 7 \times 7) \times 7 = 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^4$이다.

같은 방법으로 $a^2 \times a^3$은 다음과 같이 간단히 나타낼 수 있다.

$$a^2 \times a^3 = (\underbrace{a \times a}_{2\text{개}}) \times (\underbrace{a \times a \times a}_{3\text{개}}) = \underbrace{a \times a \times a \times a \times a}_{5\text{개}} = a^5$$

이때 a^5의 지수 5는 $a^2 \times a^3$의 두 지수 2와 3의 합과 같다. 즉

$$a^2 \times a^3 = a^{2+3} = a^5$$

이다.

지수의 합

$a^2 \times a^3 = a^{2+3}$

일반적으로 밑이 같은 거듭제곱의 곱셈에서는 다음 지수법칙이 성립한다.

지수법칙(1)

m, n이 자연수일 때, $a^m \times a^n = a^{m+n}$

문제 1 다음 식을 간단히 하시오.

(1) $2^3 \times 2^4$ (2) $a^2 \times a^6$ (3) $x^8 \times x^5$

함께 풀기 1

(1) $a^4 \times a^2 \times a^3$

$= a^{4+2} \times a^3 = a^6 \times a^3$

$= a^{6+3} = a^9$

이렇게 계산해도 돼. $a^4 \times a^2 \times a^3 = a^{4+2+3}$

(2) $x^2 \times y^3 \times x^4 \times y$

$= (x^2 \times x^4) \times (y^3 \times y)$

$= x^{2+4} \times y^{3+1}$

$y = y^1$이야.

$= x^6 y^4$

답 (1) a^9 (2) $x^6 y^4$

스스로 풀기

다음 식을 간단히 해 봐!

(1) $x^3 \times x^5 \times x^2$

$=$ _____ $=$ _____

$=$ _____ $=$ _____

(2) $a \times b^5 \times a^4 \times b^4$

$=$ _____

$=$ _____

$=$ _____

답 (1) _____ (2) _____

문제 2 다음 식을 간단히 하시오.

(1) $a \times a^6 \times a^3$ (2) $x^3 \times y^4 \times x^5 \times y^3$

수학 TALK

넌 구골플렉스만큼 사랑해!

우리가 수를 셀 때 사용하고 있는 단위의 이름들은 대부분 중국의 수학 서적인 "수술기유", "산학계몽"에서 유래하였다. 수의 단위에는 우리가 생활에서 사용하는 '억(10^8)', '조(10^{12})', '경(10^{16})'보다 더 큰 수의 단위들도 있는데, 이 중 '항하사'는 인도의 갠지스강의 모든 모래를 합한 수라는 뜻으로 10^{52}을 나타내고, '무량대수'는 헤아릴 수 없을 만큼 매우 큰 수라는 뜻으로 10^{68}을 나타낸다. 서양에는 이보다 더 큰 수를 나타내는 단어인 '구골(googol)'과 '구골플렉스(googolplex)'가 있는데 구골은 10^{100}을 나타내고, 구골플렉스는 10의 구골 제곱, 즉 1 뒤에 0이 구골(10^{100}) 개 이어진 매우 큰 수를 나타낸다.

(박경미, "수학비타민 플러스 UP"/한국수학사학회, 1999년)



$(a^m)^n$은 어떻게 간단히 할까?

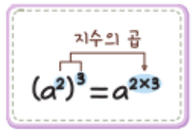
$(a^2)^3$은 a^2을 세 번 곱한 것이므로 다음과 같이 간단히 나타낼 수 있다.

$$(a^2)^3=a^2\times a^2\times a^2=a^{2+2+2}=a^6$$

이때 a^6의 지수 6은 $(a^2)^3$의 두 지수 2와 3의 곱과 같다. 즉

$$(a^2)^3=a^{2\times 3}=a^6$$

이다.



일반적으로 거듭제곱의 거듭제곱에서는 다음 지수법칙이 성립한다.

지수법칙(2)

m, n이 자연수일 때, $(a^m)^n=a^{mn}$

문제 3 다음 식을 간단히 하시오.

(1) $(3^2)^5$ (2) $(a^6)^3$ (3) $(x^5)^4$

함께 풀기 2

$(a^3)^5\times(a^2)^4=a^{3\times5}\times a^{2\times4}$

$=a^{15}\times a^8$

$=a^{15+8}$

$=a^{23}$

답 a^{23}

스스로 풀기



$(x^4)^2\times(x^3)^3=$ _____

$=$ _____

$=$ _____

$=$ _____

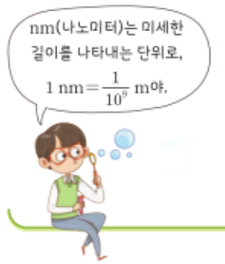
답 _____

문제 4 다음 식을 간단히 하시오.

(1) $(a^3)^2\times(a^5)^3$ (2) $x\times(x^2)^3\times(x^4)^5$

$a^m\div a^n$은 어떻게 간단히 할까?

발견하기



비눗방울 막은 사람이 눈으로 볼 수 있는 얇은 막 중 하나인데, 사람의 머리카락보다도 얇다. 사람의 머리카락의 두께는 100000 nm인데 비눗방울 막의 두께는 100 nm에 불과하다.

1 사람의 머리카락의 두께는 비눗방울 막의 두께의 몇 배인지 구하는 식과 답을 써 보자.

2 **1**에서 구한 식과 답을 10의 거듭제곱으로 나타내 보자.

발견하기에서 사람의 머리카락의 두께는 100000 nm이고, 비눗방울 막의 두께는 100 nm이므로 머리카락의 두께는 비눗방울 막의 두께의

$$100000\div100=1000(\text{배})$$

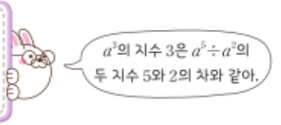
이다. 이것을 10의 거듭제곱을 사용하여 다음과 같이 간단히 나타낼 수 있다.

$$10^5\div10^2=10^3(\text{배})$$

같은 방법으로 0이 아닌 수 a에 대하여 $a^5\div a^2$, $a^2\div a^2$, $a^2\div a^5$을 다음과 같이 간단히 나타낼 수 있다.

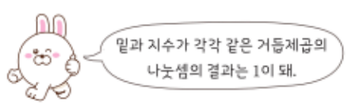
1 $a^5\div a^2=\dfrac{a^5}{a^2}=\dfrac{a\times a\times a\times a\times a}{a\times a}=a\times a\times a=a^3$

➡ 지수의 차 $a^5\div a^2=a^{5-2}=a^3$



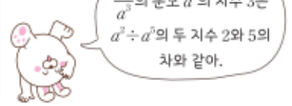
2 $a^2\div a^2=\dfrac{a^2}{a^2}=\dfrac{a\times a}{a\times a}=1$

➡ $a^2\div a^2=1$



3 $a^2\div a^5=\dfrac{a^2}{a^5}=\dfrac{a\times a}{a\times a\times a\times a\times a}=\dfrac{1}{a\times a\times a}=\dfrac{1}{a^3}$

➡ $a^2\div a^5=\dfrac{1}{a^{5-2}}=\dfrac{1}{a^3}$ (지수의 차)



일반적으로 밑이 같은 거듭제곱의 나눗셈에서는 다음 지수법칙이 성립한다.

지수법칙(3)

$a \neq 0$이고 m, n이 자연수일 때

❶ $m > n$이면 $a^m \div a^n = a^{m-n}$

❷ $m = n$이면 $a^m \div a^n = 1$

❸ $m < n$이면 $a^m \div a^n = \dfrac{1}{a^{n-m}}$

문제 5 다음 식을 간단히 하시오.

(1) $a^6 \div a^2$ (2) $x^4 \div x^4$ (3) $x^3 \div x^8$

함께 풀기 3

(1) $a^8 \div a^5 \div a^2 = a^{8-5} \div a^2 = a^3 \div a^2$

$= a^{3-2} = a$

(2) $(x^2)^5 \div (x^3)^4 = x^{2\times5} \div x^{3\times4} = x^{10} \div x^{12}$

$= \dfrac{1}{x^{12-10}} = \dfrac{1}{x^2}$

답 (1) a (2) $\dfrac{1}{x^2}$

스스로 풀기



(1) $x^{11} \div x^4 \div x^3 =$ _____ $=$ _____

$=$ _____ $=$ _____

(2) $(a^5)^4 \div (a^4)^6 =$ _____ $=$ _____

$=$ _____ $=$ _____

답 (1) ____ (2) ____

문제 6 다음 식을 간단히 하시오.

(1) $a^9 \div a^3 \div a$ (2) $(x^3)^4 \div (x^2)^6$

$(ab)^m$, $\left(\dfrac{a}{b}\right)^m$은 어떻게 간단히 할까?

$(ab)^3$은 ab를 세 번 곱한 것이므로 다음과 같이 간단히 나타낼 수 있다.

$$(ab)^3 = ab \times ab \times ab$$
$$= a \times a \times a \times b \times b \times b$$
$$= a^3b^3$$

이때 a^3b^3의 a, b 각각의 지수 3은 $(ab)^3$의 지수 3과 같다.

$(ab)^5 = a^5b^5$

또한 $\left(\dfrac{a}{b}\right)^3$ $(b \neq 0)$은 $\dfrac{a}{b}$를 세 번 곱한 것이므로 다음과 같이 간단히 나타낼 수 있다.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^3 = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \frac{a}{b}$$
$$= \frac{a \times a \times a}{b \times b \times b}$$
$$= \frac{a^3}{b^3}$$

이때 $\dfrac{a^3}{b^3}$의 a, b 각각의 지수 3은 $\left(\dfrac{a}{b}\right)^3$의 지수 3과 같다.

$\left(\dfrac{a}{b}\right)^5 = \dfrac{a^5}{b^5}$

일반적으로 밑이 곱 또는 분수 꼴인 거듭제곱에서는 다음 지수법칙이 성립한다.

지수법칙(4)

m이 자연수일 때

❶ $(ab)^m = a^m b^m$ ❷ $\left(\dfrac{a}{b}\right)^m = \dfrac{a^m}{b^m}$ (단, $b \neq 0$)

문제 7 다음 식을 간단히 하시오.

(1) $(ab)^5$ (2) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^9$

(3) $(3x)^3$ (4) $\left(\dfrac{2}{x}\right)^4$

$(2a)^2 = 2a^2$ (×)
$(2a)^2 = 2^2a^2 = 4a^2$ (○)

$\left(\dfrac{a}{3}\right)^2 = \dfrac{a^2}{3}$ (×)
$\left(\dfrac{a}{3}\right)^2 = \dfrac{a^2}{3^2} = \dfrac{a^2}{9}$ (○)

함께 풀기 4

(1) $(-2a^3)^4=(-2)^4\times(a^3)^4$

$=16a^{3\times4}=16a^{12}$

(2) $\left(\frac{y^3}{x^2}\right)^5=\frac{(y^3)^5}{(x^2)^5}$

$=\frac{y^{3\times5}}{x^{2\times5}}=\frac{y^{15}}{x^{10}}$

답 (1) $16a^{12}$ (2) $\frac{y^{15}}{x^{10}}$

스스로 풀기



(1) $(-3x^4)^2=$_____

$=$_____$=$_____

(2) $\left(\frac{b^3}{a^4}\right)^3=$

_____

$=$_____$=$_____

답 (1) _____ (2) _____

문제 8 다음 식을 간단히 하시오.

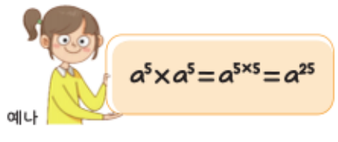
(1) $(-4a^2)^2$ (2) $(x^4y^2)^5$

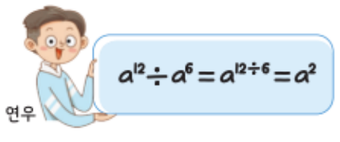
문제 9 다음 식을 간단히 하시오.

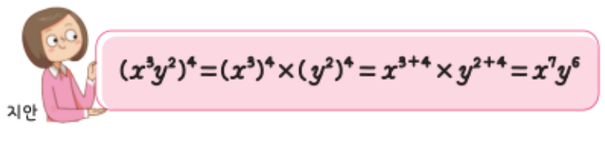
(1) $\left(\frac{a^2}{b^3}\right)^4$ (2) $\left(-\frac{3x^7}{y}\right)^2$

생각 KEY 우기 추론

다음은 세 학생이 지수법칙을 이용하여 주어진 식을 간단히 나타낸 것이다. 틀린 부분을 찾아 바르게 고쳐 보자.







소단원 바로 확인하기

정답과 풀이 | 270쪽

개념 콕 OX 퀴즈

m, n이 자연수일 때

(1) $a^m\times a^n$을 간단히 하면 a^{m+n}이다. ( )

(2) $(a^m)^n$을 간단히 하면 a^{mn}이다. ( )

(3) $(ab)^m$을 간단히 하면 ab^m이다. ( )

1 22, 24쪽

다음 식을 간단히 하시오.

(1) $x^4\times x^5$ (2) $a\times b^4\times a^2\times b^2$

(3) $(x^3)^6$ (4) $(x^2)^5\times(x^4)^4$

2 26, 27쪽

다음 식을 간단히 하시오.

(1) $a^7\div a^5$ (2) $(a^7)^2\div(a^3)^8$

(3) $(-3a^3b^2)^4$ (4) $\left(-\frac{x^5}{y^4}\right)^3$

3 22, 24, 26, 27쪽

다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

(1) $x\times x^{\square}=x^{11}$

(2) $(x^3)^{\square}\times(y^5)^2=x^6y^{\square}$

(3) $x^9\times x^2\div x^{\square}=x^5$

(4) $\left(\frac{2y^2}{x^3}\right)^{\square}=\frac{16y^{\square}}{x^{12}}$

4 22, 26쪽

오른쪽 그림에서 사각형의 각 칸에 x, x^2, x^3, ..., x^8을 각각 한 번씩만 써넣어 가로, 세로, 대각선에 있는 세 식의 곱을 모두 같게 하려고 한다. (가)에 알맞은 식을 구하시오.

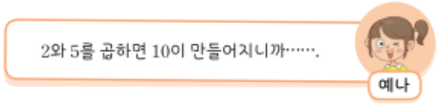
x^2		
x^7	x^5	
x^6	(가)	

생각 톡 27쪽

추론 · 의사소통

다음 대화를 읽고 $2^{10}\times5^7$이 몇 자리의 자연수인지 구하고, 그 이유를 설명하시오.





FUN FUN 수학

문제해결 의사소통

쌍둥이 별을 찾아라!

활동 1 다음 그림에서 모양이 같은 쌍둥이 별에 적혀 있는 식이 서로 같아지도록 □ 안에 알맞은 수를 써넣어 보자.



활동 2 나만의 별을 디자인하고, 지수법칙을 이용하여 해결하는 위와 같은 쌍둥이 별 문제를 3쌍 이상 만들어서 친구들과 바꾸어 풀어 보자.



4 단항식의 곱셈과 나눗셈

● 단항식의 곱셈과 나눗셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.

단항식의 곱셈은 어떻게 할까?

발견하기

오른쪽은 가로의 길이가 a, 세로의 길이가 b인 직사각형 모양의 작은 사진 6장을 모아 인화한 6컷 사진이다.

1 전체 사진의 넓이를 전체 사진의 가로의 길이와 세로의 길이의 곱으로 나타내 보자.

2 전체 사진의 넓이를 작은 사진 6장의 넓이의 합을 이용하여 구해 보자.



발견하기에서 가로의 길이가 $2a$, 세로의 길이가 $3b$인 전체 사진의 넓이는 각각의 넓이가 ab인 6장의 작은 사진들의 넓이의 합과 같으므로 $2a\times 3b=6ab$이다.

이것은 곱셈의 교환법칙과 결합법칙을 이용하여 다음과 같이 계산한 것과 같다.

$$\begin{aligned} 2a\times 3b &= 2\times a\times 3\times b \\ &= 2\times 3\times a\times b \quad \text{(곱셈의 교환법칙)} \\ &= (2\times 3)\times(a\times b) \quad \text{(곱셈의 결합법칙)} \\ &= 6ab \end{aligned}$$

계수끼리의 곱 $2a\times 3b=6ab$ 문자끼리의 곱

이와 같이 단항식의 곱셈은 계수는 계수끼리, 문자는 문자끼리 곱하여 계산한다. 이때 같은 문자의 곱은 지수법칙을 이용하여 간단히 한다.

이전에 배운 내용
- 곱셈의 교환법칙
  $a\times b=b\times a$
- 곱셈의 결합법칙
  $(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$

함께 풀기 1

이것 먼저 계산해!

(1) $-4a\times 5b$
$=-4\times a\times\square\times b$
$=(-4\times\square)\times(a\times b)$
$=\square$

(2) $(2xy^2)^3\times 3xy$
$=2^3\times x^3\times\square\times 3\times x\times y$
$=(2^3\times 3)\times(x^3\times x\times\square\times y)$
$=\square$

문제 1 다음을 계산하시오.

(1) $7a \times 2b$ (2) $3a^2 \times (-2a)^3$

(3) $-4xy \times 3y^2$ (4) $(2xy)^2 \times 5xy$

단항식의 나눗셈은 어떻게 할까?

단항식의 나눗셈은 단항식을 수로 나눌 때와 마찬가지로 다음과 같이 나눗셈을 곱셈으로 바꾸거나 분수 꼴로 바꾸어 계수는 계수끼리, 문자는 문자끼리 계산한다.

어떤 방법으로 계산해도 결과는 같아!

$A \div B = A \times \frac{1}{B}$

$A \div B = \frac{A}{B}$

방법 1 나눗셈을 곱셈으로 바꾸어 계산하기

$$12a^2b \div 3a = 12a^2b \times \frac{1}{3a}$$
$$= \left(12 \times \frac{1}{3}\right) \times \left(a^2b \times \frac{1}{a}\right)$$
$$= 4ab$$

방법 2 분수 꼴로 바꾸어 계산하기

$$12a^2b \div 3a = \frac{12a^2b}{3a}$$
$$= \frac{12}{3} \times \frac{a^2b}{a}$$
$$= 4ab$$

함께 풀기 2

(1) $9a^3b^4 \div \frac{3}{2}ab^2$

$= 9a^3b^4 \times \frac{2}{\square}$

$= \left(9 \times \frac{2}{3}\right) \times \left(a^3b^4 \times \frac{1}{\square}\right)$

$= \square$

(2) $18x^2y^3 \div 6xy^5$

$= \frac{18x^2y^3}{\square}$

$= \frac{18}{6} \times \frac{x^2y^3}{\square}$

$= \square$

문제 2 다음을 계산하시오.

(1) $6a^4 \div 3a^3$ (2) $10x^4y^3 \div \frac{2}{5}x^3y$

(3) $24x^5y^2 \div (-3x^2y)$ (4) $(2ab)^4 \div \frac{a^6b^3}{2}$

곱셈과 나눗셈이 섞여 있는 식의 계산에서는 나눗셈을 곱셈으로 바꾸어 계산하면 편리하다.

함께 풀기 3

$8a^2b^3 \times 3ab \div 4ab^2$

$= 8a^2b^3 \times 3ab \times \frac{1}{4ab^2}$

$= \left(8 \times 3 \times \frac{1}{4}\right) \times \left(a^2b^3 \times ab \times \frac{1}{ab^2}\right)$

$= 6a^2b^2$

답 $6a^2b^2$

스스로 풀기 다음을 계산해 봐!

$6xy^3 \times (-2xy) \div 3x^2y^2$

$= _____$

$= _____$

$= ____$

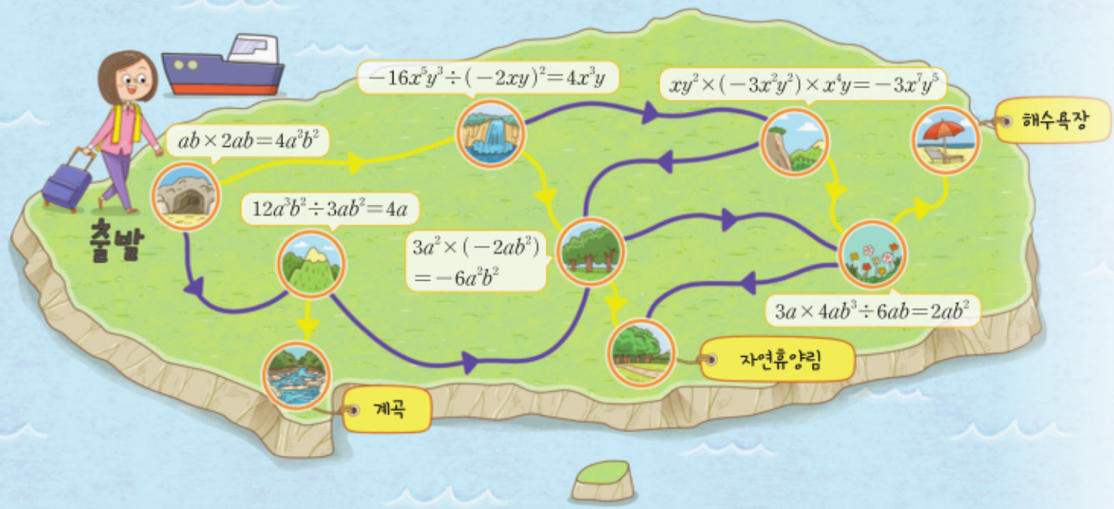
답 ____

문제 3 다음을 계산하시오.

(1) $4a^3b^4 \times (-3ab) \div 6a^3b^2$ (2) $(-xy^2)^3 \div \frac{1}{4}x^2y^7 \times 5xy$

생각 KEY 우기 문제해결

다음 지도에서 식의 계산 결과가 옳으면 노란색 길(→)을, 옳지 않으면 보라색 길(→)을 따라 이동할 때, 도착하는 여행지를 찾아보자.



소단원 바로 확인하기

정답과 풀이 | 271쪽

개념 콕 콕 퀴즈

(1) 단항식의 곱셈은 계수는 계수끼리, 문자는 문자끼리 곱하여 계산한다. ( )

(2) $(2a)^2 \times 3b$를 계산하면 $6a^2b$이다. ( )

(3) $12ab \div 3b$를 계산하면 $4a$이다. ( )

1 31, 32쪽

다음을 계산하시오.

(1) $3x^2y \times 6xy^5$

(2) $(-ab)^4 \times 7ab$

(3) $15a^2b^3 \div 5a^2b$

(4) $(-2xy^2)^3 \div \frac{1}{3}x^2y^3$

2 32쪽

다음 □ 안에 알맞은 식을 구하시오.

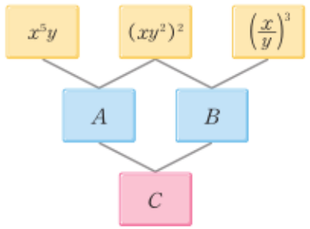
$4x^3y^2 \div \square = 2xy^2$

3 33쪽

$6x^2y^4 \div (-2xy^2) \times 3xy$를 계산하시오.

4 31쪽

다음 그림에서 이웃한 두 칸의 식을 곱하여 얻은 결과를 바로 아래 칸에 쓰려고 한다. A, B, C에 알맞은 식을 구하시오.

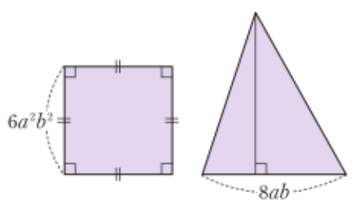


생각 쑥 쑥

31, 32쪽

문제해결

다음 그림의 정사각형과 삼각형의 넓이가 서로 같을 때, 삼각형의 높이를 구하시오.



5 다항식의 덧셈과 뺄셈

- 다항식의 덧셈과 뺄셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.

다항식의 덧셈과 뺄셈은 어떻게 할까?

발견하기

친환경 박람회에서 고체 치약을 한 통에 a원, 대나무 칫솔을 한 개에 b원에 판매한다고 한다. 지영이는 고체 치약 3통과 대나무 칫솔 2개, 수호는 고체 치약 2통과 대나무 칫솔 4개를 샀을 때, 다음 표를 완성해 보자.



	고체 치약(통)	대나무 칫솔(개)	지불한 금액(원)
지영	3	2	
수호	2	4	
합계			

발견하기에서 지영이와 수호가 지불한 금액은 각각

$(3a+2b)$원, $(2a+4b)$원

이므로 두 사람이 지불한 금액의 합은

$\{(3a+2b)+(2a+4b)\}$원

이다. 한편 두 사람이 산 고체 치약은 5통, 대나무 칫솔은 6개이므로 두 사람이 지불한 금액의 합은

$(5a+6b)$원

이다. 따라서

$(3a+2b)+(2a+4b)=5a+6b$

임을 알 수 있다.

위의 두 다항식 $3a+2b$, $2a+4b$의 덧셈은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned}&(3a+2b)+(2a+4b)\\&=3a+2b+2a+4b \quad \text{괄호 풀기}\\&=(3a+2a)+(2b+4b) \quad \text{동류항끼리 모으기}\\&=5a+6b \quad \text{동류항끼리 계산하기}\end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 3a+2b \\ +)\ 2a+4b \\ \hline 5a+6b \end{array}$$



이와 같이 문자가 2개 이상인 다항식의 덧셈과 뺄셈은 문자가 1개인 일차식과 마찬가지로 먼저 괄호를 풀고 동류항끼리 모아서 계산한다.

이때 뺄셈은 빼는 식의 각 항의 부호를 바꾸어 더한다.

함께 풀기 1

(1) $(2a+7b)+(-5a+2b)$

$=2a+7b-5a+2b$

$=2a-5a+7b+2b$

$=-3a+9b$

$$\begin{array}{r} 2a+7b \\ +)\ -5a+2b \\ \hline -3a+9b \end{array}$$

(2) $(x-4y+1)-(2x-5y+2)$

$=x-4y+1-2x+5y-2$

$=x-2x-4y+5y+1-2$

$=-x+y-1$

$$\begin{array}{r} x-4y+1 \\ -)\ 2x-5y+2 \\ \hline -x+\ y-1 \end{array}$$

답 (1) $-3a+9b$ (2) $-x+y-1$

스스로 풀기



(1) $(-4x+3y)+(7x-2y)$

$=$ _____

$=$ _____

$=$ _____

(2) $(2a-3b+5)-(3a+b+2)$

$=$ _____

$=$ _____

$=$ _____

답 (1) _____ (2) _____

문제 1 다음을 계산하시오.

(1) $(3a-b)-(a+2b)$

(2) $(5x-y+3)+(-3x+2y-1)$

문제 2 다음을 계산하시오.

(1) $2(3x-5y)+(5x-4y)$

(2) $3(5a-2b-4)-2(4a-3b-7)$

이전에 배운 내용

다항식에서 차수가 가장 큰 항의 차수를 그 다항식의 차수라고 한다.

한 문자에 대한 차수가 2인 다항식을 그 문자에 대한 이차식이라고 한다.

예를 들어 다항식 x^2+2x+1, $y-5y^2$에서 차수가 가장 큰 항은 각각 x^2, $-5y^2$이고, 그 차수는 2이므로 모두 이차식이다.

문제 3 다음 다항식 중 이차식을 모두 찾으시오.

$7-2x^2$ $4x-5$ $3a-1$ $5a^2-4a+3$

이차식의 덧셈, 뺄셈도 일차식의 덧셈, 뺄셈과 같은 방법으로 괄호를 풀고 동류항끼리 모아서 계산한다.

함께 풀기 2

(1) $(2a^2-4a+3)+(a^2+2a-7)$

$=2a^2-4a+3+a^2+2a-7$

$=2a^2+a^2-4a+2a+3-7$

$=3a^2-2a-4$

$$\begin{array}{r} 2a^2-4a+3 \\ +)\ a^2+2a-7 \\ \hline 3a^2-2a-4 \end{array}$$

(2) $(3x^2+5x-8)-(2x^2-6x+2)$

$=3x^2+5x-8-2x^2+6x-2$

$=3x^2-2x^2+5x+6x-8-2$

$=x^2+11x-10$

$$\begin{array}{r} 3x^2+\ 5x-\ 8 \\ -)\ 2x^2-\ 6x+\ 2 \\ \hline x^2+11x-10 \end{array}$$

답 (1) $3a^2-2a-4$ (2) $x^2+11x-10$

스스로 풀기



(1) $(4x^2+3x-2)+(2x^2-5x+7)$

$=$ _____

$=$ _____

$=$ _____

(2) $(7a^2-8a-5)-(3a^2-3a-8)$

$=$ _____

$=$ _____

$=$ _____

답 (1) _____ (2) _____

문제 4 다음을 계산하시오.

(1) $(5a^2-12a+3)+(3a^2-9a-5)$

(2) $(3x^2-5x-4)-(4x^2-3x+2)$

문제 5 다음을 계산하시오.

(1) $2(-a^2+2a+1)+(3a^2-a+4)$ (2) $(6x^2-3x+2)-3(x^2+x-1)$

여러 가지 괄호가 있는 다항식의 덧셈과 뺄셈에서 괄호를 풀 때는 소괄호, 중괄호, 대괄호의 순으로 풀어서 간단히 한다.

문제 6 다음을 계산하시오.

(1) $7a-b-3\{5a-(2a-4b)\}$ (2) $-2x^2-\{-5x^2-(x+4)+3x\}+5$

생각 KEY 우기 추론·의사소통

다음 대화에서 연우의 말에 따른 계산 결과가 항상 11의 배수가 되는 이유를 설명해 보자.



소단원 바로 확인하기

정답과 풀이 | 272쪽

개념 콕 OX 퀴즈

(1) 다항식의 덧셈, 뺄셈은 괄호를 풀고 동류항끼리 모아서 계산한다. ( )

(2) 한 문자에 대한 차수가 2인 다항식을 그 문자에 대한 이차식이라고 한다. ( )

(3) $(3a+b)-(a+2b)$를 계산하면 $2a+b$이다. ( )

1 ↻ 36쪽

다음을 계산하시오.

(1) $(2a+3b)+(3a-5b)$

(2) $(-7x+2y+3)+(5x-4y-5)$

(3) $(4x-3y-1)-5(2x-2y+1)$

2 ↻ 37쪽

다음을 계산하시오.

(1) $(a^2-6a-7)+(3a^2-3a+5)$

(2) $(2x^2-2x+3)-(4x^2-5x-9)$

(3) $-2(x^2-3x+4)+(7x^2-2x+2)$

3 ↻ 38쪽

$6x^2-\{2x^2-(7x+5)+8x\}-9x$를 계산했을 때, x의 계수를 구하시오.

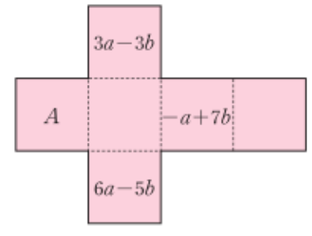
4 ↻ 37쪽

다항식 $3x^2-5x+2$에 어떤 다항식을 더해야 할 것을 잘못하여 빼었더니 $3x^2-x-1$이 되었다. 바르게 계산한 결과를 구하시오.

생각 쑥 ↻ 36쪽

문제해결

다음 그림과 같은 전개도를 이용하여 정육면체를 만들었을 때, 평행한 두 면에 있는 두 다항식의 합이 모두 같다고 한다. A에 알맞은 식을 구하시오.



6 다항식의 곱셈과 나눗셈

- '(단항식)×(다항식)', '(다항식)÷(단항식)'과 같은 곱셈과 나눗셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.

(단항식)×(다항식)은 어떻게 계산할까?

발견하기

서현이는 화면 분할 기능을 이용하여 직사각형 모양의 태블릿 컴퓨터의 화면을 문제와 풀이 칸 두 부분으로 나누어 과제를 하고 있다. (단, 화면의 테두리는 무시한다.)

1 화면 전체의 넓이를 가로의 길이와 세로의 길이의 곱으로 나타내 보자.

2 화면 전체의 넓이를 문제 부분의 넓이와 풀이 칸 부분의 넓이의 합으로 나타내 보자.



발견하기에서 화면 전체의 넓이는 문제 부분의 넓이와 풀이 칸 부분의 넓이의 합과 같으므로 $3a(a+4b)=3a^2+12ab$이다.

이것은 분배법칙을 이용하여 다음과 같이 계산한 것과 같다.

$$3a(a+4b)=3a\times a+3a\times 4b=3a^2+12ab$$

이와 같이 단항식과 다항식의 곱셈을 분배법칙을 이용하여 하나의 다항식으로 나타내는 것을 **전개**한다고 한다.

이전에 배운 내용
분배법칙
$a(b+c)=ab+ac$
$(a+b)c=ac+bc$

함께 풀기 1

(1) $2a(3a-2b)$
$=2a\times 3a+2a\times(-2b)$
$=6a^2-4ab$

(2) $-x(x+2y+1)$
$=-x\times x+(-x)\times 2y+(-x)\times 1$
$=-x^2-2xy-x$

답 (1) $6a^2-4ab$ (2) $-x^2-2xy-x$

스스로 풀기

다음을 전개해 봐!

(1) $5x(3x+2y)$
$=$ _____
$=$ _____

(2) $4a(a-b-3)$
$=$ _____
$=$ _____

답 (1) _____ (2) _____

문제 1 다음을 전개하시오.

(1) $7a(-a+3b)$

(2) $(5x-y-2)\times(-3x)$

함께 풀기 2

$2a(a-b)-a(a+3b)$
$=2a^2-2ab-a^2-3ab$
$=2a^2-a^2-2ab-3ab$
$=a^2-5ab$



답 a^2-5ab

스스로 풀기



$-x(x-4y)+2x(3x+y)$
$=$ _____
$=$ _____
$=$ _____

답 _____

문제 2 다음을 계산하시오.

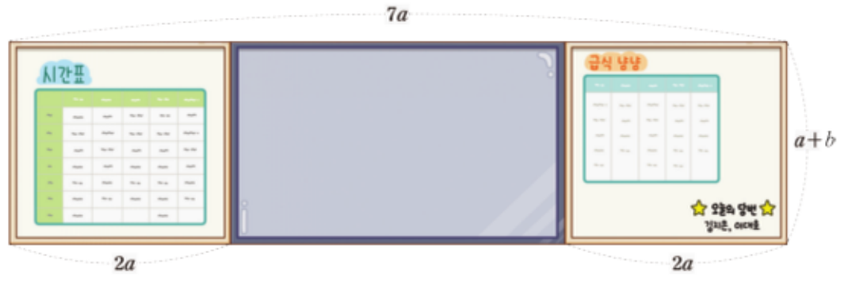
(1) $6x(x+1)-2x(x-2)$

(2) $-4a(2a-3b)+2a(3a-2b)$

생각 KEY 우기

실생활과 연결 · 문제해결

다음은 교실에 있는 두 개의 화이트보드와 하나의 전자 칠판으로 이루어진 직사각형 모양의 칠판의 가로, 세로의 길이를 문자 a, b를 사용하여 나타낸 것이다.



1 전체 칠판의 넓이를 구해 보자.

2 한쪽 화이트보드의 넓이를 구해 보자.

3 1, 2를 이용하여 전자 칠판의 넓이를 구해 보자.

(다항식)÷(단항식)은 어떻게 계산할까?

어떤 방법으로 계산해도 결과는 같아!

$(A+B)\div C$
$=(A+B)\times\frac{1}{C}$

$(A+B)\div C$
$=\frac{A+B}{C}$

다항식을 단항식으로 나눌 때는 다음과 같이 나눗셈을 곱셈으로 바꾸거나 분수 꼴로 바꾸어 계산은 계수끼리, 문자는 문자끼리 계산한다.

방법 1 나눗셈을 곱셈으로 바꾸어 계산하기

$(8a^2-6ab)\div 2a$
$=(8a^2-6ab)\times\frac{1}{2a}$
$=8a^2\times\frac{1}{2a}-6ab\times\frac{1}{2a}$
$=4a-3b$

방법 2 분수 꼴로 바꾸어 계산하기

$(8a^2-6ab)\div 2a$
$=\frac{8a^2-6ab}{2a}$
$=\frac{8a^2}{2a}-\frac{6ab}{2a}$
$=4a-3b$

함께 풀기 3

(1) $(a^2b^2+3a^2b)\div\frac{a}{3}$
$=(a^2b^2+3a^2b)\times\frac{3}{\square}$
$=a^2b^2\times\frac{3}{\square}+3a^2b\times\frac{3}{\square}$
$=3ab^2+\square$

(2) $(6x^2y^3-4x^3y^2)\div 2xy$
$=\frac{6x^2y^3-4x^3y^2}{\square}$
$=\frac{6x^2y^3}{2xy}-\frac{\square}{2xy}$
$=3xy^2-\square$

문제 3 다음을 계산하시오.

(1) $(3a^2-4ab^2)\div a$

(2) $(-9x^2y+21xy^2)\div(-3x)$

(3) $(4x^3y^4-12x^2y^5)\div\frac{xy}{2}$

문제 4 다음을 계산하시오.

$a(3a+2b)+(4a^2b-6ab^2)\div 2b$

주어진 식의 문자에 다른 식을 대입할 수 있을까?

발견하기

오른쪽 그림은 가로의 길이와 세로의 길이가 각각 x, y인 직사각형 모양의 책갈피이다. 이 책갈피의 세로의 길이는 가로의 길이의 3배이다.

1 책갈피의 둘레의 길이를 x, y를 사용한 식으로 나타내 보자.
2 책갈피의 세로의 길이가 가로의 길이의 3배임을 x, y를 사용한 식으로 나타내 보자.
3 책갈피의 둘레의 길이를 x에 대한 식으로 나타내 보자.



발견하기에서 책갈피의 둘레의 길이는 $2x+2y$이고, 세로의 길이가 가로의 길이의 3배이므로 $y=3x$이다.

책갈피의 둘레의 길이는 $2x+2y$의 y에 $3x$를 대입하여

$2x+2y=2x+2\times 3x=8x$

와 같이 x에 대한 식으로 나타낼 수 있다.

이와 같이 주어진 식의 문자에 그 문자가 나타내는 다른 식을 대입하여 주어진 식을 다른 문자에 대한 식으로 나타낼 수 있다.

함께 풀기 4

$b=2a+1$일 때, $a-3b+5$를 a에 대한 식으로 나타내시오.

$a-3b+5$의 b에 $2a+1$을 대입하면
$a-3b+5=a-3(2a+1)+5$
$=a-6a-3+5$
$=-5a+2$

다항식을 대입할 때에는 괄호를 꼭 사용해!

답 $-5a+2$

스스로 풀기

$y=4x-2$일 때, $3xy-x-7$을 x에 대한 식으로 나타내시오.

$3xy-x-7$의 y에 _____을/를 대입하면
$3xy-x-7=$_____
$=$_____
$=$_____

답 _____

문제 5 $a=-b+5$일 때, 다음 식을 b에 대한 식으로 나타내시오.

(1) $5a-8b$

(2) $9b^2-2ab$

소단원 바로 확인하기

정답과 풀이 | 273쪽

개념 콕 ○× 퀴즈

(1) $a(7a-b)$를 전개하면 $7a^2-ab$이다. ( )

(2) $x(2x+1)-x(-x+2)$를 계산하면 x^2-x이다. ( )

(3) $(8a^2b-3b^2)\div b$를 계산하면 $8a^2-3b^2$이다. ( )

1 ↻ 40, 42쪽

다음을 계산하시오.

(1) $3a(2a+b-1)$

(2) $-4xy(x^2-2y)$

(3) $(8x^5y-2x^2y^2)\div\left(-\frac{1}{2}x^2y\right)$

2 ↻ 41, 42쪽

다음을 계산하시오.

(1) $a(3a+2)-3a(-a+1)$

(2) $4x\left(\frac{1}{2}x-3y\right)-6x\left(\frac{1}{3}x+2y\right)$

(3) $(2x+y)\times x+(4x^3y-10xy^2)\div 2xy$

3 ↻ 42쪽

다음을 계산했을 때, x^2의 계수와 xy의 계수를 각각 구하시오.

$3x(x-y+1)-(3x^2y+xy^2-4xy)\div\frac{y}{2}$

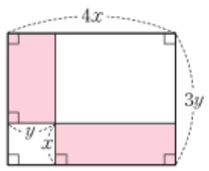
4 ↻ 43쪽

$x=-5y+2$일 때, $3y^2-2xy+1$을 y에 대한 식으로 나타내시오.

생각 ↻ 41쪽

문제해결

오른쪽 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.



FUN FUN 수학

문제해결

나를 맞혀 봐!

활동 1 다음 식을 계산하고, 계산 결과가 옳으면 ○표, 옳지 않으면 ×표를 해 보자.

번호	식	계산 결과	○/×	번호	식	계산 결과	○/×
1	$2a^2\times 4ab$	$8a^3b$		9	$(3a-2b)+(a-3b)$	$4a-b$	
2	$(-7x^3)\times(-5xy)$	$-35x^4y$		10	$(6x-4y)-(5x+3y)$	$x-7y$	
3	$\left(\frac{y}{x^2}\right)^3\times x^5y$	$\frac{y^4}{x}$		11	$(3a^2-5a)+(a^2+2a+3)$	$4a^2-3a+3$	
4	$3x^2y\div(-6xy^2)$	$-\frac{x^2}{2y}$		12	$(x^2-x+1)-(2x^2+3x)$	$-x^2+2x+1$	
5	$x^3y\div\frac{xy}{4}$	$\frac{x^2}{4}$		13	$4a(2a-3)$	$8a^2-4a$	
6	$18a^5b^3\div(-2a^3b^2)$	$-9ab^2$		14	$(3b^2-ab)\div\frac{3}{2}b$	$2b-\frac{1}{3}a$	
7	$x^7y^3\div(xy^2\times x^3y^2)$	$\frac{x^3}{y}$		15	$x(4x-1)+(5x^2-3x)\div x$	$4x^2+4x-3$	
8	$(-2a^2b)^2\div\frac{2}{3}ab\times b^2$	$6a^3b^2$		16	$x(6x-3)-(2x^2y-4x^3y)\div 2xy$	$11x^2$	

활동 2 활동 1에서 ○표 한 번호를 아래에서 모두 찾아 색칠해 보고, 어떤 동물의 모양인지 맞혀 보자. 또 주어진 말풍선의 빈칸을 자유롭게 채워 보자.

14	14	15	15	15	15	1	2	2	2	2	2	2	5	5	5	5	5	8	8
14	15	15	16	16	16	1	1	1	2	2	2	2	5	5	5	5	5	8	8
14	15	14	16	16	16	16	16	1	1	1	1	1	3	3	3	3	5	8	8
15	15	14	15	16	16	16	16	1	2	2	2	2	2	5	5	3	3	8	8
15	13	13	14	14	14	14	14	1	2	2	2	2	2	5	5	5	3	3	8
11	13	13	14	14	16	16	16	1	2	2	2	5	5	5	5	6	3	9	3
11	13	10	14	14	10	10	1	1	2	2	5	5	5	5	6	6	3	9	3
11	13	10	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	8	8	6	6	3	9	3
11	13	10	10	9	9	9	9	9	9	9	9	9	8	8	6	6	3	9	3
11	11	12	10	10	10	9	9	12	12	12	12	12	8	8	6	6	3	9	5
13	11	11	12	12	10	9	9	7	12	12	12	12	4	8	8	8	4	9	5
13	13	11	10	10	10	9	9	7	12	12	12	12	4	8	8	8	4	9	5
13	13	12	12	7	9	9	9	7	7	7	4	4	4	8	8	8	4	9	5
13	13	12	12	7	7	7	7	7	8	8	8	8	4	4	4	4	4	9	5

안에 알맞은 것을 써넣어 보세요.

소수의 분류

소수
- 유한소수: 소수점 아래에 0이 아닌 숫자가 유한 번 나타나는 소수 (유리수 ○) — 0.1234 (유한)
- 무한소수: 소수점 아래에 0이 아닌 숫자가 ① 번 나타나는 소수 — 0.1234… (무한 →)
  - ② : 소수점 아래의 어떤 자리에서부터 일정한 숫자의 배열이 한없이 되풀이되는 무한소수 (유리수 ○)
    - 0.0123123… = 0.0123 (여기서부터 ~ 여기까지, 순환마디)
  - 순환소수가 아닌 무한소수 (유리수 ×)

유리수의 소수 표현

정수가 아닌 유리수를 기약분수로 나타내기 → 분모를 소인수분해 하기 → 분모의 소인수가 2 또는 5뿐인가?
- 예 → ③
- 아니요 → 순환소수

순환소수의 분수 표현

등식의 양변에 10의 거듭제곱을 곱하여 소수점 아래의 부분을 서로 같게 만들어야 해.

0.0̇5를 분수로 나타내기

$x = 0.0\dot{5}$

$100x = 5.0505\cdots$

$-)\ \ x = 0.0505\cdots$

$99x = 5$

$x =$ ④

(순환소수를 x로 놓기)

1.4̇7를 분수로 나타내기

$x = 1.4\dot{7}$

$100x = 147.777\cdots$

$-)\ \ 10x = 14.777\cdots$

$90x = 133$

$x =$ ⑤

지수법칙

($a \neq 0$, $b \neq 0$이고 m, n이 자연수일 때)

- 두 지수의 합: $a^m \times a^n = a^{\text{⑥}}$
- 두 지수의 곱: $(a^m)^n = a^{\text{⑦}}$
- $m > n$이면 $a^m \div a^n = a^{m-n}$
- $m = n$이면 $a^m \div a^n =$ ⑧
- $m < n$이면 $a^m \div a^n = \frac{1}{a^{n-m}}$
- $(ab)^m = a^m b^m$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

단항식의 계산

곱셈

계수끼리의 곱

$2a \times 3b = 6ab$

문자끼리의 곱

나눗셈

방법 1 나눗셈을 곱셈으로 바꾸어 계산하기

$6a^2b \div 3a = 6a^2b \times \frac{1}{3a} =$ ⑨

방법 2 분수 꼴로 바꾸어 계산하기

$6a^2b \div 3a = \frac{6a^2b}{3a} =$ ⑩

어떤 방법으로 계산해도 결과는 같아.

다항식의 계산

덧셈과 뺄셈

$(2a+b)+(a+3b)$
$= 2a+b+a+3b$ (괄호 풀기)
$= 2a+a+b+3b$ (동류항끼리 모으기)
$=$ ⑪ (동류항끼리 계산하기)

뺄셈은 빼는 식의 각 항의 부호를 바꾸어 더해야 해.

곱셈

분배법칙 이용

$3a(a+4b) = 3a^2 +$ ⑫

분배법칙을 이용하여 전개할 수 있어.

나눗셈

방법 1 나눗셈을 곱셈으로 바꾸어 계산하기

$(3a^2+2a) \div a = (3a^2+2a) \times \frac{1}{a} = 3a+2$

방법 2 분수 꼴로 바꾸어 계산하기

$(3a^2+2a) \div a = \frac{3a^2+2a}{a} = 3a+2$

단항식이든 다항식이든 계산 방법은 같아.

정답과 풀이 | 273쪽

●○○ 12쪽 😊🙂☹

01 다음 중 순환소수를 간단히 나타낸 것으로 옳지 않은 것은?

① $0.464646\cdots=0.\dot{4}\dot{6}$

② $7.272727\cdots=\dot{7}.\dot{2}$

③ $0.256256256\cdots=0.\dot{2}5\dot{6}$

④ $1.3767676\cdots=1.3\dot{7}\dot{6}$

⑤ $0.1444\cdots=0.1\dot{4}$

●●○ 15쪽 😊🙂☹

02 다음 분수를 소수로 나타낼 때, 순환소수로만 나타낼 수 있는 것의 개수를 구하시오.

$$\frac{9}{4},\ \frac{21}{6},\ \frac{16}{30},\ \frac{18}{45},\ \frac{5}{70}$$

●●○ 12, 18쪽 😊🙂☹

03 다음 보기 중 순환소수 $x=1.8616161\cdots$에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고르시오.

보기

ㄱ. $1000x-10x=1843$이다.

ㄴ. 순환마디는 16이다.

ㄷ. x는 $1.86\dot{1}$로 나타낼 수 있다.

ㄹ. x를 분수로 나타내면 $\frac{1843}{900}$이다.

●●○ 20쪽 😊🙂☹

04 다음 중 옳지 않은 것은?

① 모든 유한소수는 유리수이다.

② 유리수 중에는 무한소수도 있다.

③ 모든 순환소수는 분수로 나타낼 수 있다.

④ 무한소수 중에는 순환소수가 아닌 것도 있다.

⑤ 모든 무한소수는 유리수가 아니다.

●○○ 22, 24, 26, 27쪽 😊🙂☹

05 다음 중 옳은 것은?

① $(x^2)^3=x^5$ ② $x^4\times x^5=x^9$

③ $x^6\div x^3=x^2$ ④ $(2x^2)^2=2x^4$

⑤ $\left(-\frac{x}{3}\right)^3=-\frac{x^3}{3}$

●●○ 24쪽 😊🙂☹

06 $3^5=A$일 때, 9^5을 A를 사용하여 바르게 나타낸 것은?

① $3A$ ② $9A$ ③ A^2

④ A^3 ⑤ A^4

●●○ 27, 33쪽 😊🙂☹

07 $(x^3y^4)^2\times\left(\frac{x^2}{y}\right)^2\div(xy)^3=x^ay^b$일 때, 자연수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오.

●●○ 37쪽 😊🙂☹

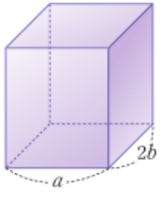
08 $3(x^2+3x-2)-(ax^2+2x-4)$를 계산했을 때, x^2의 계수와 상수항의 합이 2가 되도록 하는 상수 a의 값을 구하시오.

●○○ 40쪽 😊🙂☹

09 $4x(3x-y-7)$을 계산하시오.

●●○ 42쪽 😊🙂☹

10 오른쪽 그림과 같이 밑면의 가로의 길이가 a, 세로의 길이가 $2b$인 직육면체의 부피가 $10a^2b^2-8a^2b$일 때, 직육면체의 높이를 구하시오.



서술형

다음 문제의 풀이 과정을 자세히 서술하시오.

●●● 14쪽 😊🙂☹

11 분수 $\frac{3}{50\times a}$을 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, a의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수의 개수를 구하시오.

●●○ 40쪽 😊🙂☹

12 어떤 다항식에 $-\frac{1}{2}xy$를 곱해야 할 것을 잘못하여 나누었더니 $8x-4xy$가 되었다. 바르게 계산한 결과를 구하시오.

스스로 체크

대단원 내용을 다시 점검하려면 **트레이닝 북 254~255쪽**을 활용하세요.

흥미도	집중도	참여도	성취도
😊🙂☹	😊🙂☹	😊🙂☹	😊🙂☹

함께 다 창의 프로젝트

연결 정보처리

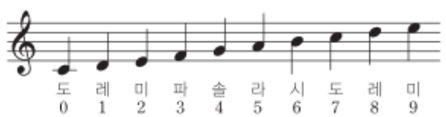
나만의 알람음 만들기

순환소수는 일정한 부분이 반복되는 특징을 가진다.

이 성질을 이용하면 특정 음을 순환마디에 대응시켜 반복적으로 재생되는 멜로디를 구성할 수 있다.

알람음 만들기 프로그램을 이용하여 순환소수의 순환마디를 멜로디로 하는 알람음을 다음 순서에 따라 만들어 보자.

❶ 순환소수로 나타낼 분수를 정한 후, 순환소수로 나타내고 순환마디의 각 숫자에 다음과 같이 각 음을 대응시킨다.



❷ 알람음 만들기 프로그램에 접속한 후 순환소수의 순환마디와 순환마디의 숫자 개수를 입력한다.

❸ ❶에서 대응시킨 음을 프로그램에 입력한다.

❹ ▶ 버튼을 클릭하여 알람음을 연주한다.



함께과제 1 순환소수로 나타낼 수 있는 분수를 하나 정하고, 알람음 만들기 프로그램을 이용하여 나만의 알람음을 만들어 보자.

2 모둠별로 알람음을 감상해 보고, 모둠원이 만든 알람음에 어울리는 제목을 정해 보자.

동료 평가		
☑	순환소수를 이용하여 자신만의 알람음을 만들었는가?	☐
	모둠별 활동에 적극적으로 참여하였는가?	☐
	친구의 의견을 경청하며 민주적으로 협의하였는가?	☐

수학 STORY

수학이 알려 주는

매일의 힘

어떤 학생이 '오늘부터 꾸준히 노력해서 매일매일 내 실력을 1 %씩 늘려 갈 거야!'라는 다짐을 했을 때, 실제로 일 년 동안 이 다짐을 꾸준히 실천한 경우와 실천이 작심삼일로 그친 경우는 실력 차이가 얼마나 날까?

그 결과는 다음과 같이 계산하여 비교해 볼 수 있다.

현재의 실력을 1이라고 할 때, 현재보다 1 % 늘어난 실력은

$$1+\frac{1}{100}=1.01$$

이 된다.

즉, 실력이 매일 1 %씩 늘어난다는 것은 매일 실력이 전날에 비해 1.01배가 된다는 것이다.

따라서 매일 1 %씩 늘어난 실력은 1일 후에는 현재의 1.01배, 2일 후에는 현재의 1.01^2배, 3일 후에는 현재의 1.01^3배가 되고 일 년 후에는 현재의 1.01^{365}배가 된다.



따라서 일 년 동안 매일 다짐을 꾸준히 실천한 경우의 실력은 작심한 지 삼일까지만 실천한 경우의 실력의

$$\frac{1.01^{365}}{1.01^3}=1.01^{362}\text{(배)}$$

(약 37)

이다.

이처럼 사소한 노력도 꾸준히 반복되면 결과적으로 큰 차이를 만들어 낸다는 것을 알 수 있다.

