Ⅲ 일차함수

1 함수
2 일차함수의 뜻과 그래프
3 일차함수의 그래프의 절편과 기울기
4 일차함수의 그래프의 성질
5 일차함수의 식 구하기
6 일차함수와 일차방정식
7 일차함수의 그래프와 연립일차방정식

너 지금 무서워서 떨고 있지?

아니야, 추워서 그래. 높이가 100 m씩 높아질 때마다 기온이 0.6 ℃씩 내려가거든.

너 지금 떨고 있니?

기울기가 엄청 가파르네.

우리도 저걸 타고 올라갈 걸 그랬어.

배운 내용 확인하기



정답과 풀이 280쪽

일차식 | 중 1

차수가 1인 다항식을 일차식이라고 한다.

1 다음 중 일차식을 모두 찾으시오.

(1) $5x$ (2) $3(x+1)-3x$

(3) $6x^2+x$ (4) $\frac{x}{4}+1$

정비례 | 중 1

두 변수 x, y에서 x의 값이 2배, 3배, 4배, …가 됨에 따라 y의 값도 2배, 3배, 4배, …가 되는 관계가 있을 때, y는 x에 정비례한다고 한다.

2 1분에 20장씩 인쇄하는 프린터가 x분 동안 인쇄한 종이를 y장이라고 하자.

(1) 다음 표를 완성하시오.

x	1	2	3	4	…
y					…

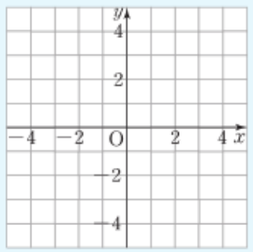
(2) x와 y 사이의 관계식을 구하시오.

정비례 관계 $y=ax(a\neq0)$의 그래프 | 중 1

3 다음 정비례 관계의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그리고, 이 그래프가 지나는 사분면을 모두 말하시오.

(1) $y=\frac{1}{2}x$

(2) $y=-3x$



연립일차방정식 | 중 2

4 다음 연립방정식을 푸시오.

(1) $\begin{cases} y=3x \\ 3x+y=12 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x+2y=-8 \\ -x+y=2 \end{cases}$

1 함수

- 함수의 개념을 이해하고, 함숫값을 구할 수 있다.

함수는 무엇일까?

발견하기

도윤이네 동아리는 지역의 관광 명소를 외국인들에게 안내하는 봉사 활동을 하고 있다. 다음 표는 도윤이네 동아리가 봉사 활동 x회차에 안내한 외국인의 수 y명을 나타낸 것이다.

x	1	2	3	4	…
y	12	26	8	40	…

1 봉사 활동 1회차에 안내한 외국인은 몇 명인지 말해 보자. 또 봉사 활동 2회차에 안내한 외국인은 몇 명인지 말해 보자.

2 x의 값이 변함에 따라 y의 값은 몇 개씩 정해지는지 말해 보자.

이전에 배운 내용

여러 가지로 변하는 값을 나타내는 문자를 변수라고 한다.

발견하기에서 x의 값이 1, 2, 3, 4, …로 변함에 따라 y의 값은 12, 26, 8, 40, …으로 하나씩 정해진다.

x	1	2	3	4	…
y	12	26	8	40	…

이와 같이 두 변수 x, y에 대하여 x의 값이 변함에 따라 y의 값이 하나씩 정해지는 두 양 사이의 대응 관계가 있을 때, y를 x에 대한 **함수**라고 한다.

참고 정비례 관계 $y=ax(a\neq0)$와 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$는 x의 값이 변함에 따라 y의 값이 하나씩 정해지므로 y는 x에 대한 함수이다.



함께 풀기 1

다음에서 y가 x에 대한 함수인지 말하시오.

자연수 x의 약수 y

x와 y 사이의 관계는 다음 표와 같다.

x	1	2	3	4	…
y	1	1, 2	1, 3	1, 2, 4	…

위의 표에서 x의 값이 2일 때의 y의 값은 1, 2이다. 따라서 x의 값이 변함에 따라 y의 값이 하나씩 정해지지 않으므로 y는 x에 대한 함수가 아니다.

답 y는 x에 대한 함수가 아니다.

스스로 풀기

다음에서 y가 x에 대한 함수인지 말하시오.

1개당 무게가 5 g인 과자 x개의 무게 y g

x와 y 사이의 관계는 다음 표와 같다.

x	1	2	3	4	…
y					…

위의 표에서 x의 값이 1, 2, 3, 4, …로 변함에 따라 y의 값은 ___, ___, ___, ___, …과 같이 하나씩 정해지므로 y는 x에 대한 _____

답 _____

문제 1 다음에서 y가 x에 대한 함수인지 말하시오.

(1) 한 개에 1600원인 아이스크림 x개를 살 때, 지불하는 금액 y원

(2) 둘레의 길이가 x cm인 직사각형의 넓이 y cm^2

(3) 자연수 x보다 작은 홀수의 개수 y

생각 KEY 우기 — 실생활과 연결 · 의사소통

우리 주변에서 함수가 되는 예를 찾고, 그것이 함수인 이유를 친구들과 이야기해 보자.

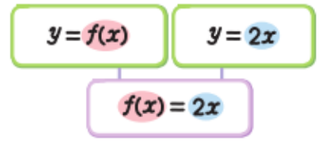


함숫값은 무엇일까?

y가 x에 대한 함수일 때, 이것을 기호로

$y=f(x)$

와 같이 나타낸다. 예를 들어 y가 x에 대한 함수이고 $y=2x$인 관계가 있을 때, 이 함수를 $f(x)=2x$와 같이 나타낼 수 있다.



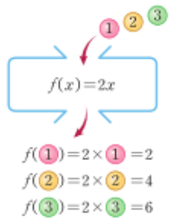
함수 $y=f(x)$에서 f는 영어로 함수를 뜻하는 'function'의 첫 글자이다.

한편 함수 $y=f(x)$에서 x의 값이 정해지면 그에 따라 정해지는 y의 값, 즉 $f(x)$를 x에 대한 **함숫값**이라고 한다. 예를 들어 함수 $f(x)=2x$에서 x의 값이 1, 2, 3일 때의 함숫값 $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$은 다음과 같다.

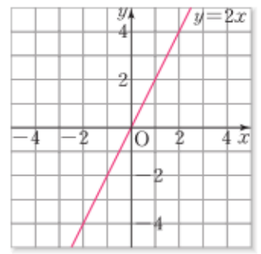
$x=1$일 때, $f(1)=2\times1=2$

$x=2$일 때, $f(2)=2\times2=4$

$x=3$일 때, $f(3)=2\times3=6$



함수 $y=f(x)$에서 x의 값과 그 값에 따라 정해지는 y의 값의 순서쌍 (x, y)를 좌표로 하는 점 전체를 좌표평면 위에 나타낸 것을 그 함수의 그래프라고 한다. 예를 들어 오른쪽 그림은 정비례 관계인 함수 $y=2x$의 그래프이다.



이전에 배운 내용

정비례 관계 $y=ax\ (a\neq0)$의 그래프는 원점을 지나는 직선이다.

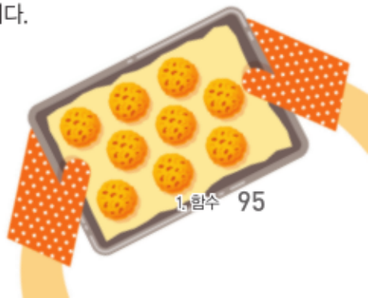
문제 2 함수 $y=f(x)$에서 $f(x)$가 다음과 같을 때, $f(-3)$을 구하시오.

(1) $f(x)=-2x$ (2) $f(x)=\frac{12}{x}$ (3) $f(x)=4x+3$

문제 3 1200 g의 밀가루로 똑같은 모양과 크기의 쿠키 x개를 만들 때, 쿠키 한 개에 들어가는 밀가루의 양을 y g이라고 하면 y는 x에 대한 함수이다.

이 함수를 $y=f(x)$라고 할 때, 다음을 구하시오.

(1) $f(x)$ (2) $x=60$일 때의 함숫값



소단원 바로 확인하기

정답과 풀이 | 280쪽

개념 쏙 OX 퀴즈

(1) 두 변수 x, y에 대하여 x의 값이 변함에 따라 y의 값이 하나씩 정해지는 두 양 사이의 대응 관계가 있을 때, y를 x에 대한 함수라고 한다. (　　)

(2) 함수 $f(x)=\frac{3}{x}+1$에서 $x=1$일 때의 함숫값은 4이다. (　　)

1 93쪽

은성이네 학교에서는 잔반 없는 날 행사에서 잔반을 남기지 않은 학생들에게 지구 사랑 포인트를 3점씩 부여한다. 잔반을 남기지 않은 학생 x명에게 부여된 지구 사랑 포인트를 총 y점이라고 하자.

(1) 다음 표를 완성하시오.

x	1	2	3	4	5	…
y						…

(2) y가 x에 대한 함수인지 말하고, 그 이유를 설명하시오.

2 93쪽

다음 중 y가 x에 대한 함수인 것을 모두 찾으시오.

(1) 자연수 x보다 작은 자연수 y

(2) 1분당 요금이 150원인 공유 자전거를 x분 대여했을 때, 내야 하는 요금 y원

(3) 20 km 마라톤 대회에서 x km를 달렸을 때, 남은 거리 y km

3 95쪽

함수 $y=f(x)$에서 $f(x)$가 다음과 같을 때, $f(1)$, $f(2)$, $f(5)$를 각각 구하시오.

(1) $f(x)=\frac{10}{x}$

(2) $f(x)=3x-2$

4 95쪽

함수 $f(x)=ax-3$에서 $f(2)=5$일 때, 상수 a의 값을 구하시오.

생각 쑥 95쪽

문제해결·추론

다음 그림과 같이 정사각형 모양의 탁자를 일렬로 이어 붙이며 탁자의 한 모서리마다 의자를 두 개씩 배치하려고 한다. 탁자 x개를 이어 붙일 때, 필요한 의자의 개수를 y라고 하면 y는 x에 대한 함수이다. 이 함수를 $y=f(x)$라고 할 때, 다음을 구하시오.



(1) $f(x)$

(2) $x=15$일 때의 함숫값

2 일차함수의 뜻과 그래프

● 일차함수의 개념을 이해하고, 그 그래프를 그릴 수 있다.

일차함수는 무엇일까?

발견하기

시율이는 할머니께 장미 꽃다발을 선물하려고 한다. 장미 한 송이에 3000원이고 포장비가 4000원일 때, 장미 x송이를 포장한 꽃다발의 가격을 y원이라고 하자.

1 다음 표를 완성해 보자.

x	1	2	3	…
y	7000			…

2 y를 x에 대한 식으로 나타내 보자.



발견하기에서 x의 값이 변함에 따라 y의 값이 하나씩 정해지므로 y는 x에 대한 함수이다. 이때 y를 x에 대한 식으로 나타내면 $y=3000x+4000$과 같이 y는 x에 대한 일차식으로 나타난다.

일반적으로 함수 $y=f(x)$에서 y가 x에 대한 일차식

$$y=ax+b \ (a,\ b\text{는 상수},\ a\neq 0)$$

로 나타날 때, 이 함수를 x에 대한 **일차함수**라고 한다.

문제 1 다음 중 y가 x에 대한 일차함수인 것을 모두 찾으시오.

(1) $y=-2x+1$　(2) $y=\frac{1}{x}$　(3) $y=x^2+x$　(4) $y=4x$

문제 2 다음에서 y를 x에 대한 식으로 나타내고, y가 x에 대한 일차함수인 것을 모두 찾으시오.

(1) 1초에 1.9 mm를 이동하는 달팽이가 x초 동안 이동한 거리 y mm

(2) 어느 영화관의 좌석 100개 중 x개가 예매되었을 때, 남아 있는 좌석 y개

(3) 우유 1000 mL를 x명이 똑같이 나누어 마실 때, 한 명이 마실 수 있는 우유의 양 y mL



일차함수 $y=ax+b$의 그래프는 어떻게 그릴까?

두 일차함수 $y=2x$와 $y=2x+3$의 그래프 사이의 관계를 알아보자.

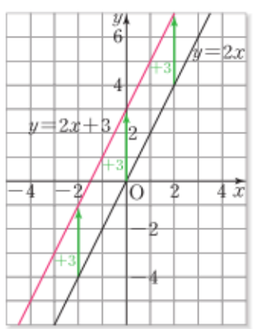
이 두 일차함수에서 x의 값에 대응하는 y의 값을 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	-2	$\cdots$	-1	$\cdots$	0	$\cdots$	1	$\cdots$	2	$\cdots$
$y=2x$	$\cdots$	-4	$\cdots$	-2	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$	4	$\cdots$
$y=2x+3$	$\cdots$	-1	$\cdots$	1	$\cdots$	3	$\cdots$	5	$\cdots$	7	$\cdots$

+3 +3 +3 +3 +3

위의 표에서 x의 각 값에 대하여 일차함수 $y=2x+3$의 함숫값은 일차함수 $y=2x$의 함숫값보다 항상 3만큼 크다는 것을 알 수 있다.

따라서 일차함수 $y=2x+3$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 일차함수 $y=2x$의 그래프를 y축의 방향으로 3만큼 평행하게 이동한 것과 같다.



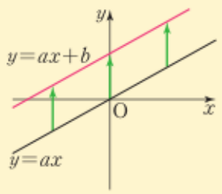
이와 같이 한 도형을 일정한 방향으로 일정한 거리만큼 옮기는 것을 **평행이동**이라고 한다.

일반적으로 두 일차함수 $y=ax$와 $y=ax+b$의 그래프 사이에는 다음과 같은 관계가 있다.

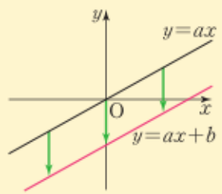
일차함수 $y=ax+b$의 그래프

일차함수 $y=ax+b$의 그래프는 일차함수 $y=ax$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 직선이다.

❶ $b>0$일 때



❷ $b<0$일 때



문제 3 다음 일차함수의 그래프는 일차함수 $y=-5x$의 그래프를 y축의 방향으로 얼마만큼 평행이동한 것인지 구하시오.

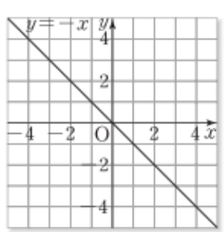
(1) $y=-5x+3$　　(2) $y=-5x-6$



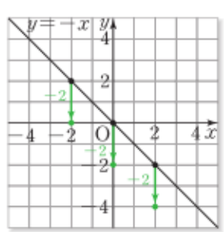
평행이동을 이용하여 일차함수의 그래프를 그릴 수 있어.

일차함수 $y=-x$의 그래프를 이용하여 일차함수 $y=-x-2$의 그래프를 그려 보자.

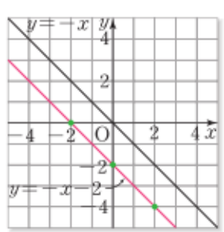
1 일차함수 $y=-x$의 그래프를 그린다.



2 $y=-x$의 그래프 위의 점을 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 점을 좌표평면 위에 나타낸다.

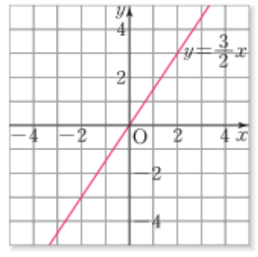


3 $y=-x-2$의 그래프는 **2**에서 찍은 점들을 지나는 직선이다.



문제 4 오른쪽 그림은 일차함수 $y=\frac{3}{2}x$의 그래프이다. 이 그래프를 이용하여 다음 일차함수의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그리시오.

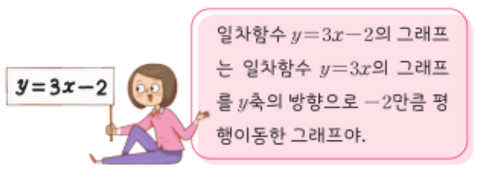
(1) $y=\frac{3}{2}x+2$　　(2) $y=\frac{3}{2}x-1$

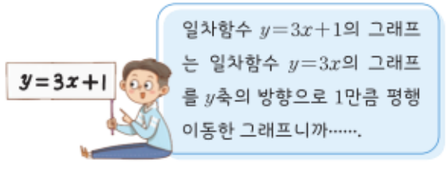


생각 KEY 우기

추론 · 의사소통

일차함수 $y=3x-2$의 그래프를 이용하여 일차함수 $y=3x+1$의 그래프를 그리는 방법을 이야기해 보자.





소단원 바로 확인하기

정답과 풀이 | 281쪽

개념 쏙 OX 퀴즈

(1) 일차함수의 그래프는 항상 직선이다. (　　)

(2) 한 자루에 800원인 형광펜 x자루의 가격이 y원일 때, y는 x에 대한 일차함수이다. (　　)

(3) 일차함수 $y=-4x+9$의 그래프는 일차함수 $y=-4x$의 그래프를 y축의 방향으로 -9만큼 평행이동한 그래프이다. (　　)

1 97쪽

다음 중 y가 x에 대한 일차함수인 것을 모두 찾으시오.

(1) 현재 x세인 지현이의 7년 후의 나이 y세

(2) 시속 60 km로 일정하게 달리는 자동차가 x시간 동안 이동한 거리 y km

(3) 밑변의 길이가 x cm이고 높이가 $(x+1)$ cm인 삼각형의 넓이 y cm^2

2 98쪽

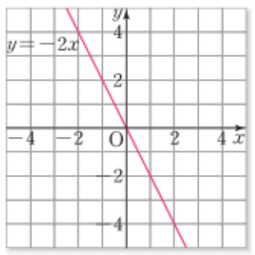
다음 일차함수의 그래프를 y축의 방향으로 [　] 안의 수만큼 평행이동한 그래프가 나타내는 일차함수의 식을 구하시오.

(1) $y=-3x$ [5]

(2) $y=\frac{1}{5}x$ [-3]

3 99쪽

오른쪽 그림은 일차함수 $y=-2x$의 그래프이다. 이 그래프를 이용하여 일차함수 $y=-2x+1$의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그리시오.



4 99쪽

일차함수 $y=-5x-4$의 그래프를 y축의 방향으로 3만큼 평행이동하면 일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 된다. 이때 상수 a, b의 값을 각각 구하시오.

생각 쑥 99쪽

문제해결

일차함수 $y=ax$의 그래프를 y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프가 점 $(3, 1)$을 지날 때, 상수 a의 값을 구하시오.

3 일차함수의 그래프의 절편과 기울기

● 일차함수의 그래프의 절편과 기울기를 이해하고, 이를 이용하여 일차함수의 그래프를 그릴 수 있다.

x절편과 y절편은 무엇일까?

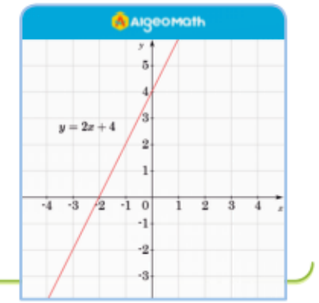
발견하기



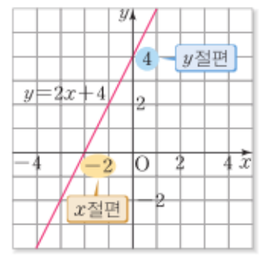
오른쪽 그림은 알지오매스를 이용하여 일차함수 $y=2x+4$의 그래프를 그린 것이다.

1 그래프가 x축과 만나는 점의 x좌표를 구해 보자.

2 그래프가 y축과 만나는 점의 y좌표를 구해 보자.



발견하기에서 일차함수 $y=2x+4$의 그래프가 x축과 만나는 점의 좌표는 $(-2, 0)$이고, 이 점의 x좌표는 -2이다. 또 이 그래프가 y축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 4)$이고, 이 점의 y좌표는 4이다.



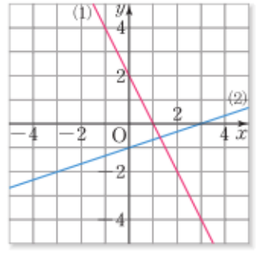
이와 같이 함수의 그래프가 x축과 만나는 점의 x좌표를 이 그래프의 ***x*절편**, y축과 만나는 점의 y좌표를 이 그래프의 ***y*절편**이라고 한다.

예를 들어 위의 일차함수 $y=2x+4$의 그래프의 x절편은 -2이고 y절편은 4이다.

문제 1 오른쪽 두 일차함수의 그래프 (1), (2)의 x절편과 y절편을 각각 구하시오.

(1) x절편: _____, y절편: _____

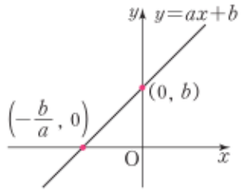
(2) x절편: _____, y절편: _____



호기심 뽕뽕

원점을 지나는 일차함수의 그래프의 x절편과 y절편은 얼마인가요?

일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 x축과 만나는 점의 y좌표는 0이므로 $y=ax+b$에 $y=0$을 대입하면 x절편은 $-\frac{b}{a}$이다. 또 이 그래프가 y축과 만나는 점의 x좌표는 0이므로 $y=ax+b$에 $x=0$을 대입하면 y절편은 b이다.





함께 풀기 1 일차함수 $y=-3x-6$의 그래프의 x절편, y절편 구하기

x절편 구하기

$y=-3x-6$에 $y=$ □을/를 대입하면

□$=-3x-6$

$3x=-6$, $x=$ □

따라서 x절편은 □이다.

y절편 구하기

$y=-3x-6$에 $x=$ □을/를 대입하면

$y=-3\times$□-6

$=$□

따라서 y절편은 □이다.

문제 2 다음 일차함수의 그래프의 x절편과 y절편을 구하여 표를 완성하시오.

일차함수	x절편	y절편
(1) $y=2x-8$		
(2) $y=-5x-2$		
(3) $y=-\frac{1}{2}x+1$		
(4) $y=\frac{3}{4}x+9$		

문제 3 일차함수 $y=2x+b$의 그래프의 y절편이 10일 때, 다음을 구하시오.

(1) 상수 b의 값 (2) x절편



"x절편과 y절편을 이용하여 일차함수의 그래프를 그릴 수 있어."

일차함수의 그래프는 직선이고, 서로 다른 두 점을 지나는 직선은 오직 하나뿐이다. 따라서 일차함수의 그래프가 원점을 지나지 않을 때, x절편과 y절편을 알면 일차함수의 그래프가 지나는 서로 다른 두 점을 알 수 있으므로 그 그래프를 그릴 수 있다.

1 x절편과 y절편 구하기 → 2 좌표평면 위에 두 점 (x절편, 0), (0, y절편) 나타내기 → 3 두 점을 지나는 직선 그리기

x절편과 y절편을 이용하여 일차함수 $y=\frac{1}{2}x+2$의 그래프를 그려 보자.

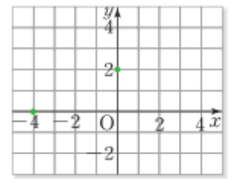
1 $y=\frac{1}{2}x+2$에서

$y=0$일 때 $0=\frac{1}{2}x+2$, 즉 $x=-4$

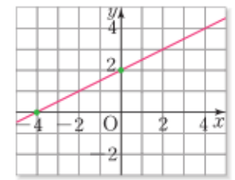
이므로 x절편은 -4이다.

또 $x=0$일 때 $y=2$이므로 y절편은 2이다.

2 두 점 $(-4, 0)$, $(0, 2)$를 좌표평면 위에 나타낸다.



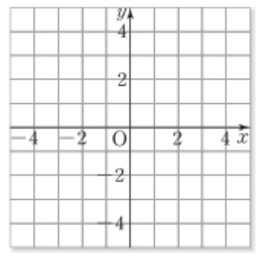
3 $y=\frac{1}{2}x+2$의 그래프는 **2**의 두 점을 지나는 직선이다.



문제 4 x절편과 y절편을 이용하여 다음 일차함수의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그리시오.

(1) $y=x+3$

(2) $y=-\frac{2}{3}x-2$



생각 KEY 우기 추론 · 의사소통

x절편과 y절편만을 이용하여 일차함수 $y=ax+b$의 그래프를 항상 그릴 수 있는지 생각해 보고, 그 이유를 설명해 보자.



일차함수의 그래프의 기울기는 무엇일까?

발견하기

다음 표는 어느 스키장의 초급자 코스, 상급자 코스 슬로프의 수직 거리와 수평 거리를 조사하여 나타낸 것이다. 이때 슬로프의 기울어진 정도는 $\frac{(\text{수직 거리})}{(\text{수평 거리})}$로 구할 수 있다. 초급자 코스, 상급자 코스 슬로프의 기울어진 정도를 각각 구해 보자.



거리 \ 코스	초급자 코스	상급자 코스
수직 거리(m)	90	320
수평 거리(m)	600	800

일차함수의 그래프의 기울어진 정도를 알아보자.

일차함수 $y=2x+1$에서 x의 값이 정수일 때, x의 값에 따라 정해지는 y의 값을 표로 나타내면 다음과 같다.

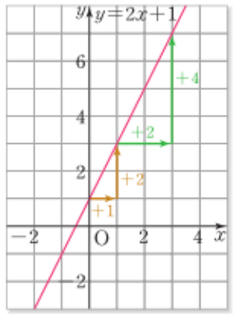
x	$\cdots$	-2	-1	0	1	2	3	$\cdots$
y	$\cdots$	-3	-1	1	3	5	7	$\cdots$

(+1, +2, +2, +4)

위의 표에서 x의 값이 1만큼 증가하면 y의 값은 2만큼 증가하고, x의 값이 2만큼 증가하면 y의 값은 4만큼 증가한다. 따라서 x의 값의 증가량에 대한 y의 값의 증가량의 비율을 구하면

$$\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=\frac{2}{1}=\frac{4}{2}=2$$

로 항상 일정하고, 이 값은 일차함수 $y=2x+1$에서 x의 계수 2와 같다. 이 일정한 비율 2는 일차함수 $y=2x+1$의 그래프에서 직선의 기울어진 정도를 나타낸다.



일반적으로 일차함수 $y=ax+b$에서 x의 값의 증가량에 대한 y의 값의 증가량의 비율은 항상 일정하며, 그 비율은 x의 계수 a와 같다.

이 증가량의 비율 a를 일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 **기울기**라고 한다.

$y=ax+b$ (기울기)

이상을 정리하면 다음과 같다.

x의 값이 증가할 때, y의 값이 감소하는 경우에 y의 값의 증가량은 음수로 나타난다.

일차함수의 그래프의 기울기

일차함수 $y=ax+b$의 그래프에서

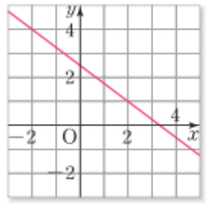
$$(\text{기울기})=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=a$$

문제 5 다음 일차함수의 그래프의 기울기를 구하시오.

(1) $y=2x-5$ (2) $y=-9x+6$

(3) $y=-\frac{1}{3}x-2$ (4) $y=\frac{4}{3}x+1$

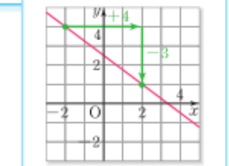
함께 풀기 2



왼쪽 일차함수의 그래프는 두 점 $(-2, \square)$, $(\square, 1)$을 지나므로

$$(\text{기울기})=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}$$

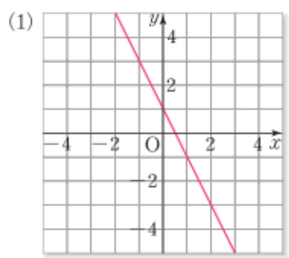
$$=\frac{1-\square}{2-(-2)}=\square$$



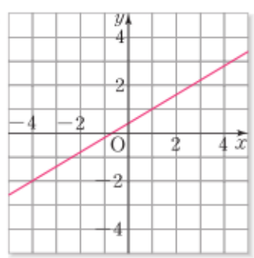


문제 6 다음 일차함수의 그래프의 기울기를 구하시오.

(1)



(2)





기울기와 y절편을 이용하여 일차함수의 그래프를 그릴 수 있어.

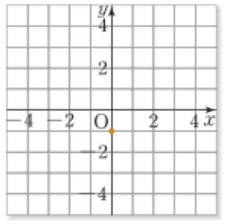
일차함수의 그래프의 y절편을 알면 그 그래프가 y축과 만나는 점을 알 수 있다. 또 그 점과 기울기를 이용하면 x의 값의 증가량에 대한 y의 값의 증가량을 생각하여 다른 한 점을 알 수 있다.

따라서 기울기와 y절편을 알면 일차함수의 그래프가 지나는 서로 다른 두 점을 알 수 있으므로 그 그래프를 그릴 수 있다.

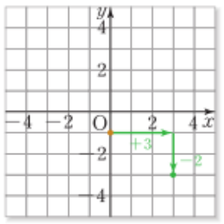
1 좌표평면 위에 점 $(0, y\text{절편})$ 나타내기 → 2 기울기를 이용하여 다른 한 점을 찾아 좌표평면 위에 나타내기 → 3 두 점을 지나는 직선 그리기

기울기와 y절편을 이용하여 일차함수 $y=-\frac{2}{3}x-1$의 그래프를 그려 보자.

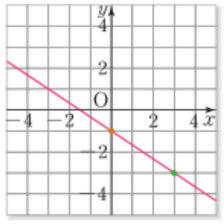
1 $y=-\frac{2}{3}x-1$에서 $x=0$일 때 $y=-1$이므로 y절편은 -1이다. 따라서 점 $(0, -1)$을 좌표평면 위에 나타낸다.



2 기울기가 $-\frac{2}{3}$이므로 점 $(0, -1)$에서 x의 값이 3만큼 증가하고, y의 값은 2만큼 감소한 점 $(3, -3)$을 좌표평면 위에 나타낸다.



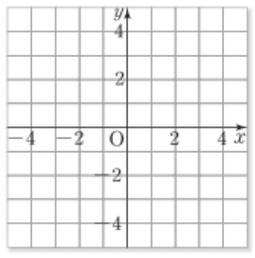
3 $y=-\frac{2}{3}x-1$의 그래프는 1, 2의 두 점을 지나는 직선이다.



문제 7 기울기와 y절편을 이용하여 다음 일차함수의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그리시오.

(1) $y=3x-1$

(2) $y=-\frac{3}{2}x+2$



소단원 바로 확인하기

정답과 풀이 | 281쪽

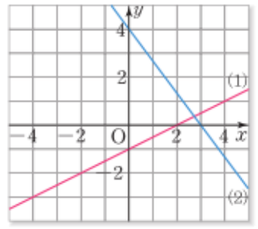
개념 콕 콕 OX 퀴즈

(1) 일차함수 $y=ax+b$의 그래프에서 y절편은 b이다. ( )

(2) 일차함수 $y=ax+b$의 그래프에서 (기울기)$=\frac{(x\text{의 값의 증가량})}{(y\text{의 값의 증가량})}=a$이다. ( )

1 101, 105쪽

오른쪽 일차함수의 그래프의 x절편, y절편, 기울기를 구하여 다음 표를 완성하시오.



그래프	x절편	y절편	기울기
(1)			
(2)			

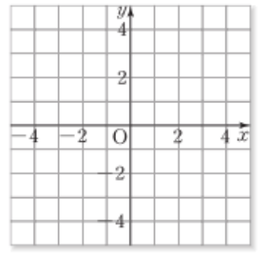
2 102, 105쪽

다음 일차함수의 그래프의 x절편, y절편, 기울기를 구하여 표를 완성하시오.

일차함수	x절편	y절편	기울기
(1) $y=5x-10$			
(2) $y=-4x+3$			
(3) $y=\frac{2}{7}x+6$			

3 103쪽

일차함수 $y=-\frac{1}{3}x+1$의 그래프의 x절편과 y절편을 구하고, 이를 이용하여 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그리시오.

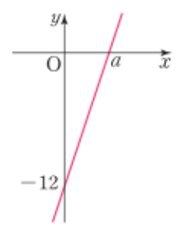


x절편: _____

y절편: _____

4 105쪽

오른쪽 일차함수의 그래프의 기울기가 3일 때, a의 값을 구하시오.



생각 쑥 103쪽 문제해결

일차함수 $y=-\frac{4}{5}x+8$의 그래프와 x축 및 y축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오.

FUN FUN 수학

문제해결 의사소통

폭탄을 피해라!

다음과 같이 일차함수의 식, 일차함수의 그래프의 절편 및 기울기가 적힌 카드를 이용하여 게임을 해 보자.

게임 인원 3~4명

준비물 카드 47장(318~319쪽 꾸러미 ②-1, ②-2: 식 카드 23장, 절편 및 기울기 카드 23장, 폭탄 카드 1장)

게임 방법



1 인원수에 맞게 카드를 똑같이 나누어 가진 후 남은 카드는 가위바위보에서 진 사람이 가져간다.



2 각자 자신의 카드에서 식과 절편 또는 기울기가 짝을 이루는 한 쌍의 카드를 모두 골라 내려놓는다.



3 시작할 사람을 정하고, 그 사람을 기준으로 왼쪽 방향으로 게임을 진행한다. 자신의 왼쪽에 앉은 사람의 카드 중에서 한 장을 뽑은 후, 자신이 들고 있는 카드와 짝을 이루면 그 한 쌍을 내려놓고, 짝을 이루지 않으면 그 카드를 갖는다. 다음 차례의 사람도 이 방법으로 게임을 이어간다.



4 카드를 모두 내려놓은 사람은 게임에서 빠지고, 남은 사람들은 게임을 계속 진행한다. 마지막에 폭탄 카드 한 장만을 가지고 있는 사람이 게임에서 진다.

4 일차함수의 그래프의 성질

- 일차함수의 그래프의 성질을 이해한다.

일차함수의 그래프는 어떤 성질이 있을까?

발견하기

오른쪽 그림은 알지오매스를 이용하여 일차함수

$$y=x+1,\ y=\frac{1}{2}x+1,$$

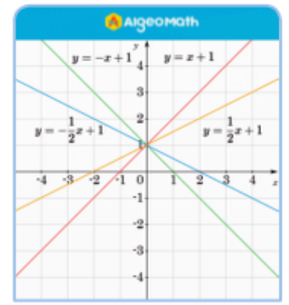
$$y=-x+1,\ y=-\frac{1}{2}x+1$$

의 그래프를 그린 것이다.



1 오른쪽 위로 향하는 그래프를 모두 찾아보고, 그 그래프의 기울기의 공통점을 말해 보자.

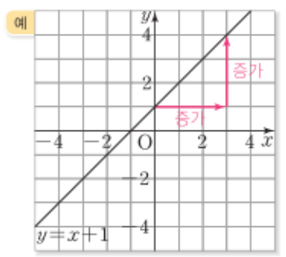
2 오른쪽 아래로 향하는 그래프를 모두 찾아보고, 그 그래프의 기울기의 공통점을 말해 보자.



발견하기에서 오른쪽 위로 향하는 두 일차함수 $y=x+1$, $y=\frac{1}{2}x+1$의 그래프의 기울기는 각각 1, $\frac{1}{2}$로 양수이다. 또 오른쪽 아래로 향하는 두 일차함수 $y=-x+1$, $y=-\frac{1}{2}x+1$의 그래프의 기울기는 각각 -1, $-\frac{1}{2}$로 음수이다.

기울기가 양수인 그래프

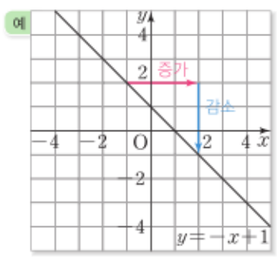
예



일차함수 $y=x+1$은 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하므로 그래프는 오른쪽 위로 향하는 직선이다.

기울기가 음수인 그래프

예



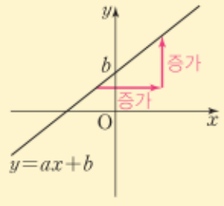
일차함수 $y=-x+1$은 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하므로 그래프는 오른쪽 아래로 향하는 직선이다.

일반적으로 일차함수 $y=ax+b$의 그래프는 기울기 a가 양수이면 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하므로 오른쪽 위로 향하는 직선이고, 기울기 a가 음수이면 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하므로 오른쪽 아래로 향하는 직선이다.

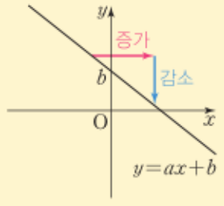
이상을 정리하면 다음과 같다.

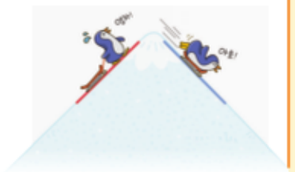
일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 성질

❶ $a>0$일 때,
오른쪽 위로 향하는 직선이다.



❷ $a<0$일 때,
오른쪽 아래로 향하는 직선이다.





문제 1 다음 일차함수 중 그 그래프가 오른쪽 위로 향하는 직선과 오른쪽 아래로 향하는 직선으로 구분하시오.

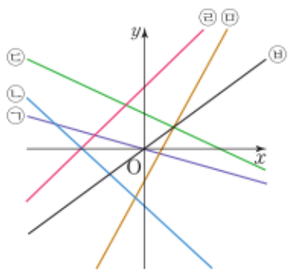
(1) $y=3x-4$ (2) $y=-8x+9$

(3) $y=-\frac{2}{5}x-7$ (4) $y=-\frac{1}{6}+\frac{1}{3}x$

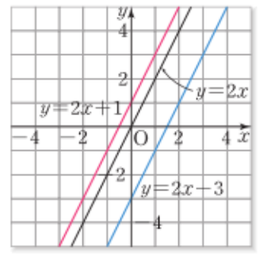
문제 2 일차함수 $y=ax+b$의 그래프에서 다음의 각 경우에 알맞은 그래프를 오른쪽 그림의 ㉠~㉤에서 모두 찾으시오.

(1) $a>0$ (2) $a<0$

(3) $b>0$ (4) $b<0$



두 일차함수 $y=2x+1$과 $y=2x-3$의 그래프는 일차함수 $y=2x$의 그래프를 y축의 방향으로 각각 1, -3만큼 평행이동한 것이다. 따라서 세 일차함수 $y=2x$, $y=2x+1$, $y=2x-3$의 그래프는 서로 평행하고, 그 기울기는 모두 2이다.



일반적으로 두 일차함수의 그래프 사이에는 다음과 같은 관계가 있다.

두 일차함수의 그래프에서 기울기와 y절편이 모두 같으면 그래프는 일치하고, 기울기가 같고 y절편이 다르면 그래프는 서로 평행하다.

일차함수의 그래프의 위치 관계

❶ 기울기가 같은 두 일차함수의 그래프는 서로 평행하거나 일치한다.

❷ 서로 평행한 두 일차함수의 그래프의 기울기는 같다.

문제 3 다음 일차함수 중 그 그래프가 서로 평행한 것끼리 짝 지으시오.

(1) $y=2x-1$ (2) $y=4x+6$

(3) $y=4x-\frac{1}{2}$ (4) $y=\frac{1}{4}+2x$

코딩 문제 해결하기

오른쪽 그림은 두 일차함수 $y=ax+b(a\neq0)$와 $y=cx+d(c\neq0)$를 입력하면 이 두 일차함수의 그래프의 위치 관계를 알림창에 나타내는 프로그램 코드의 일부분이다.



1 ㉠에 알맞은 것을 말하시오.

2 다음 보기 중 이 프로그램에 일차함수 $y=-3x+5$와 함께 입력했을 때, 알림창에 '두 일차함수의 그래프는 서로 평행하다.'가 나타나는 식을 모두 고르시오.

보기
ㄱ. $y=3x+5$ ㄴ. $y=-3x$ ㄷ. $y=-3x+5$ ㄹ. $y=-3x+1$

소단원 바로 확인하기

정답과 풀이 | 282쪽

개념 쏙 OX 퀴즈

(1) 일차함수 $y=-5x+2$의 그래프는 오른쪽 아래로 향하는 직선이다. ( )

(2) $a>0$이면 일차함수 $y=ax+b$의 그래프는 오른쪽 위로 향하는 직선이다. ( )

(3) 서로 평행한 두 일차함수의 그래프의 y절편은 같다. ( )

1

110쪽

다음을 만족시키는 일차함수를 보기 중에서 모두 고르시오.

보기

ㄱ. $y=4x-2$　　ㄴ. $y=-6x$

ㄷ. $y=-\frac{1}{9}x+1$　　ㄹ. $y=\frac{3}{4}x+\frac{1}{7}$

ㅁ. $y=-3x+5$　　ㅂ. $y=-5x+8$

(1) 그래프가 오른쪽 위로 향하는 직선

(2) 그래프가 오른쪽 아래로 향하는 직선

2

110쪽

$a<0$, $b>0$일 때, 일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 지나지 않는 사분면을 구하시오.

3

111쪽

다음 일차함수 중 그 그래프가 서로 평행한 것끼리 짝 지으시오.

$y=5x+6$ •　　• $y=\frac{1}{2}(x+2)-5$

$y=-\frac{1}{2}x+5$ •　　• $y=5x$

$y=\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$ •　　• $y=-\frac{1}{2}x-4$

4

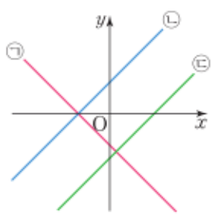
111쪽

두 일차함수 $y=\frac{a}{3}x-3$과 $y=-4x-b$의 그래프가 일치할 때, 상수 a, b의 값을 각각 구하시오.

생각 문제해결

110쪽

오른쪽 그림은 다음 세 일차함수의 그래프를 그린 것이다. 세 일차함수의 그래프를 ㉠, ㉡, ㉢에서 찾아 짝 짓고, a, b의 부호를 각각 구하시오.



(1) $y=ax+b$

(2) $y=-ax-b-5$

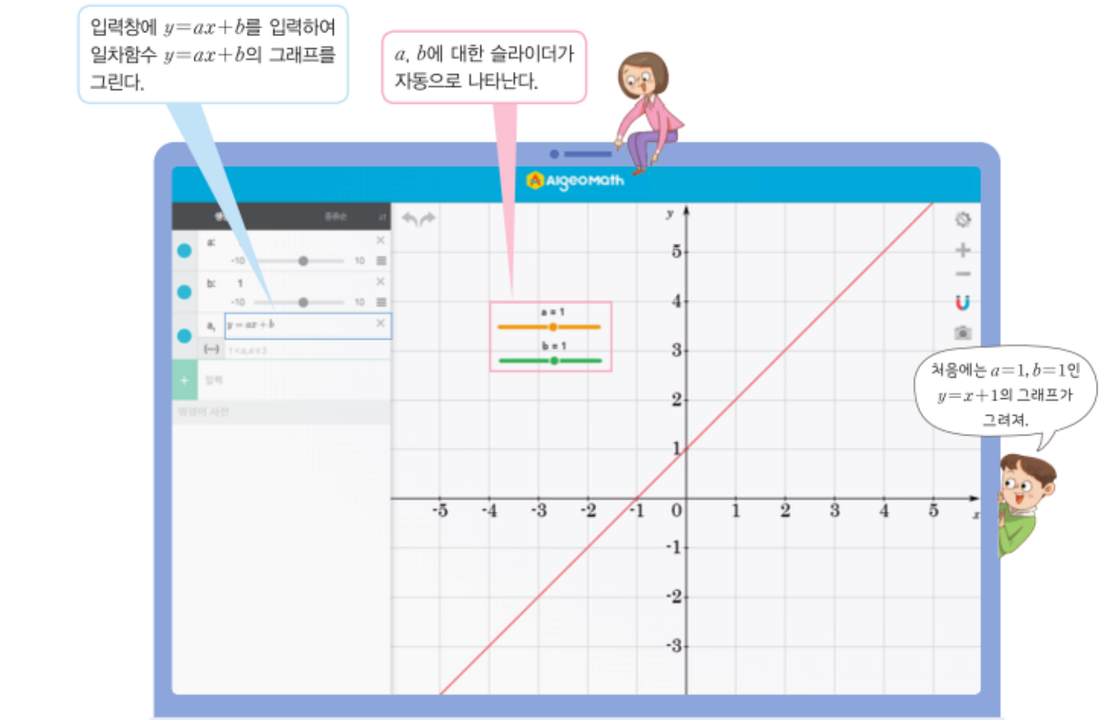
(3) $y=-ax-b$

디지털 소양 PLUS

정보처리 추론

일차함수의 그래프, 관찰하기

알지오매스를 이용하여 일차함수의 그래프를 그려 보고 일차함수의 그래프의 성질을 확인해 보자.



1 $a>0$인 범위에서 슬라이더의 점을 움직일 때, a의 값에 따른 일차함수의 그래프의 모양의 변화를 관찰해 보자.

2 $a<0$인 범위에서 슬라이더의 점을 움직일 때, a의 값에 따른 일차함수의 그래프의 모양의 변화를 관찰해 보자.

스스로 과제 b에 대한 슬라이더의 점을 움직일 때, b의 값에 따른 일차함수의 그래프의 모양의 변화를 관찰해 보자.

5 일차함수의 식 구하기

● 일차함수의 식을 구할 수 있고, 일차함수의 그래프의 성질을 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

일차함수의 식을 어떻게 구할까?

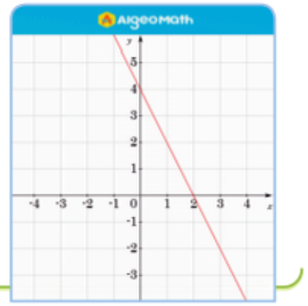
발견하기



오른쪽 그림은 알지오매스를 이용하여 어떤 일차함수의 그래프를 그린 것이다.

1 그래프의 기울기와 y절편을 말해 보자.

2 이 그래프가 나타내는 일차함수의 식을 구해 보자.



발견하기에서 일차함수의 그래프는 x의 값이 1만큼 증가할 때, y의 값이 2만큼 감소하므로 기울기는 -2이다. 또 그래프가 y축과 만나는 점의 좌표가 $(0, 4)$이므로 y절편은 4이다.

따라서 이 그래프가 나타내는 일차함수의 식은 $y=-2x+4$이다.



"직선의 기울기와 y절편을 알면 그 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구할 수 있어."

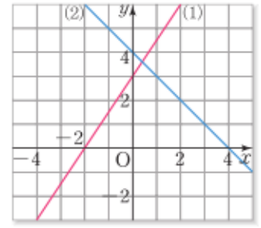


문제 1 다음 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오.

(1) 기울기가 $\frac{2}{3}$이고 y절편이 -8인 직선

(2) 일차함수 $y=-4x+1$의 그래프와 평행하고, y절편이 6인 직선

문제 2 오른쪽 그림과 같은 직선 (1), (2)를 그래프로 하는 일차함수의 식을 각각 구하시오.





"직선의 기울기와 그 직선이 지나는 한 점의 좌표를 알면 그 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구할 수 있어.

1 기울기가 a인 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 $y=ax+b$로 나타내기 → 2 1의 식에 한 점의 좌표를 대입하여 y절편 b의 값 구하기 → 3 일차함수의 식 구하기

함께 풀기 1

기울기가 3이고 점 $(2, -1)$을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오.

1 기울기가 3이므로 y절편을 b라고 하면 구하는 일차함수의 식은 $y=3x+b$ …… ①

2 이 그래프가 점 $(2, -1)$을 지나므로 ①에 $x=2$, $y=-1$을 대입하면 $-1=3\times2+b$, $b=-7$

3 따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=3x-7$

답 $y=3x-7$

스스로 풀기

기울기가 $\frac{1}{2}$이고 점 $(-4, 2)$를 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오.

기울기가 $\frac{1}{2}$이므로 y절편을 b라고 하면 구하는 일차함수의 식은 _____ …… ①

이 그래프가 점 $(-4, 2)$를 지나므로 ①에 $x=$_____, $y=$_____을/를 대입하면

_____, $b=$_____

따라서 구하는 일차함수의 식은 _____

답 _____

문제 3 다음 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오.

(1) 기울기가 -1이고 점 $(3, 0)$을 지나는 직선

(2) x의 값이 2만큼 증가할 때 y의 값이 10만큼 증가하고, 점 $(-1, 1)$을 지나는 직선

"일차함수의 그래프가 지나는 서로 다른 두 점의 좌표를 알면 그 일차함수의 식을 구할 수 있어."

1 두 점의 좌표를 이용하여 기울기 a의 값 구하기 → 2 일차함수의 식을 $y=ax+b$로 나타내기 → 3 2의 식에 한 점의 좌표를 대입하여 y절편 b의 값 구하기 → 4 일차함수의 식 구하기

함께 풀기 2

두 점 $(-2, 2)$, $(3, 7)$을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오.

1 두 점 $(-2, 2)$, $(3, 7)$을 지나므로

$(\text{기울기})=\frac{7-2}{3-(-2)}=1$

2 기울기가 1이므로 y절편을 b라고 하면 구하는 일차함수의 식은 $y=x+b$ …… ①

3 이 그래프가 점 $(3, 7)$을 지나므로 ①에 $x=3$, $y=7$을 대입하면

$7=3+b$, $b=4$

(점 $(-2, 2)$를 이용해도 돼!)

4 따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=x+4$

답 $y=x+4$

스스로 풀기

두 점 $(1, 3)$, $(5, 4)$를 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오.

두 점 $(1, 3)$, $(5, 4)$를 지나므로

$(\text{기울기})=$ _____ $=$ ___

기울기가 ___이므로 y절편을 b라고 하면 구하는 일차함수의 식은 _____ …… ①

이 그래프가 점 $(1, 3)$을 지나므로 ①에 $x=$___, $y=$___을/를 대입하면

_____, $b=$_____

따라서 구하는 일차함수의 식은 _____

답 _____

문제 4 다음 두 점을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오.

(1) $(1, -3)$, $(4, 6)$ (2) $(-2, 4)$, $(3, 1)$

문제 5 다음 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오.

(1) x절편이 5, y절편이 8인 직선 (2) x절편이 -3, y절편이 -6인 직선

일차함수를 활용하여 문제를 어떻게 해결할까?

우리 생활 주변에는 두 수량 사이의 관계를 일차함수로 나타낼 수 있는 상황이 많다. 이와 같은 상황에서 일어나는 문제는 일차함수의 식이나 그래프를 이용하여 해결할 수 있다.



다음 문제를 일차함수를 활용하여 해결해 보자.

어느 스터디 카페에서는 앱(app)을 이용하여 기록된 학습 시간에 따라 일정하게 포인트를 적립해 준다. 지안이는 현재까지 30분 동안 학습하여 60점을 적립했다. 지금부터 지안이가 추가로 3시간 동안 학습할 때, 지안이의 총 적립 포인트는 몇 점이 되는지 구하시오.

1 변수 정하기 문제의 뜻에 맞는 수량 사이의 관계를 조사하여 두 변수 x, y를 정해 봐.

지안이가 추가로 x분 동안 학습할 때, 지안이의 총 적립 포인트를 y점이라고 하자.

2 일차함수의 식 세우기 두 변수 x와 y 사이의 관계를 일차함수의 식으로 나타내 봐.

지안이의 총 적립 포인트는 지안이가 추가로 학습한 시간에 따라 일정하게 증가하므로 두 변수 x와 y 사이에 일차함수 $y=ax+b$의 관계가 성립한다.

1분 동안 학습하면 $60\div30=2$(점)이 적립되고, 현재 지안이의 적립 포인트는 60점이므로 x와 y 사이의 관계를 식으로 나타내면 $y=2x+60$

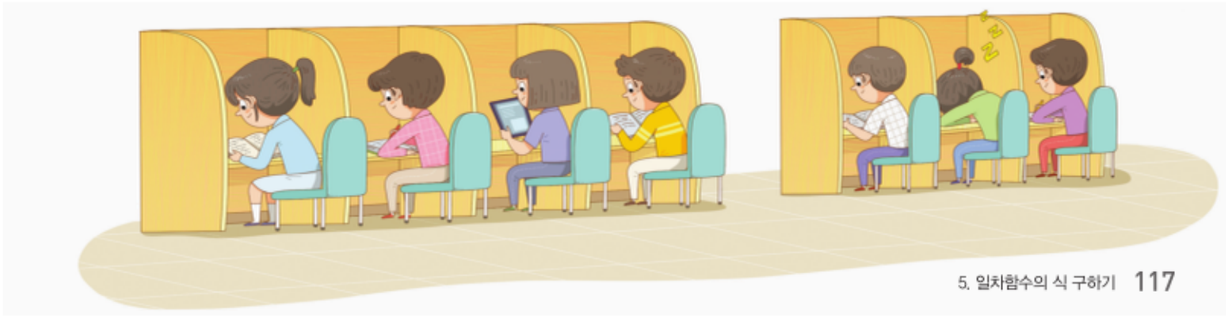
3 구하려는 값 찾기 일차함수의 식을 이용하여 구하려는 값을 찾아봐.

(3시간은 180분이야.)

$y=2x+60$에 $x=180$을 대입하면

$y=2\times180+60=420$

따라서 지안이가 추가로 3시간 동안 학습할 때, 지안이의 총 적립 포인트는 420점이다.



문제 6



어느 마트에서 감자 100 g당 가격이 500원이고 식용유 1병의 가격이 7500원일 때, 감자 x g과 식용유 1병을 구입하는 금액을 y원이라고 하자.

(1) y를 x에 대한 식으로 나타내시오.

(2) 감자 1200 g과 식용유 1병을 구입하는 금액을 구하시오.

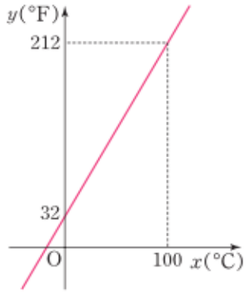


문제 7

온도를 나타내는 방법에는 섭씨온도(℃)와 화씨온도(℉)가 있다. 오른쪽 그림은 섭씨온도 x ℃일 때, 화씨온도 y ℉를 나타낸 그래프이다.

(1) y를 x에 대한 식으로 나타내시오.

(2) 섭씨온도 25 ℃를 화씨온도로 나타내시오.



생각 KEY 우기

실생활과 연결·문제해결

수액 링거 주사에서 gtt(가트)는 1분당 떨어지는 방울 수를 의미하는데 1분에 10방울이 떨어지면 10 gtt라고 한다. 어떤 환자가 300 mL 용량의 수액 링거 주사를 50 gtt로 맞고 있을 때, x분 후 남은 수액의 양을 y mL라고 하자. (단, 수액 20방울의 양은 1 mL이다.)

1 y를 x에 대한 식으로 나타내 보자.

2 수액 300 mL를 모두 맞는 데 걸리는 시간을 구해 보자.



소단원 바로 확인하기

정답과 풀이 | 283쪽

개념 콕 OX 퀴즈

(1) 기울기가 -3이고 y절편이 2인 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은 $y=2x-3$이다. (　　)

(2) 기울기가 1이고 점 $(5, 0)$을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은 $y=x-5$이다. (　　)

1 114, 115쪽

다음 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오.

(1) 일차함수 $y=2x$의 그래프와 평행하고, 점 $(0, 7)$을 지나는 직선

(2) 기울기가 $-\frac{1}{3}$이고 점 $\left(-6, \frac{2}{3}\right)$를 지나는 직선

(3) x의 값이 2만큼 증가할 때 y의 값이 8만큼 감소하고, 점 $(5, -4)$를 지나는 직선

2 116쪽

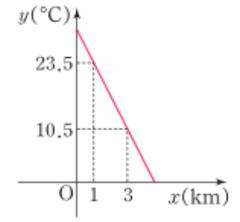
두 점 $(-2, 5)$, $(3, -10)$을 지나는 직선이 점 $(a, 2)$를 지날 때, a의 값을 구하시오.

3 116쪽

일차함수 $y=-\frac{2}{3}x+4$의 그래프와 x축 위에서 만나고 일차함수 $y=-8x-5$의 그래프와 y축 위에서 만나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오.

4 117쪽

오른쪽 그림은 어느 날 지면으로부터 x km 높이에 있는 지점의 기온 y ℃를 나타낸 그래프이다. 기온이 17 ℃인 지점의 지면으로부터의 높이를 구하시오.

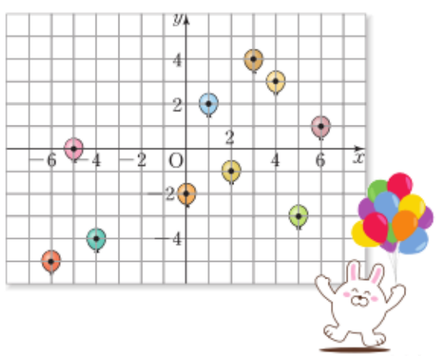


생각

116쪽

실생활과 연결·문제해결

다음은 직선을 그려 풍선이 위치한 점을 지나면 풍선이 터지게 되는 게임 화면이다. 가장 많은 풍선을 터뜨리기 위한 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오. (단, 각 풍선의 위치는 풍선에 표시된 점의 위치로 생각한다.)



6 일차함수와 일차방정식

- 일차함수와 미지수가 2개인 일차방정식의 관계를 설명할 수 있다.

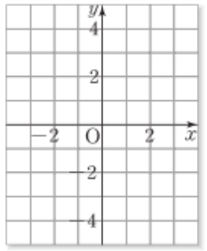
일차함수와 일차방정식 사이에는 어떤 관계가 있을까?

발견하기

미지수가 2개인 일차방정식 $x-y-1=0$에 대하여 다음 물음에 답해 보자.

1 x, y의 값이 정수일 때, 주어진 일차방정식을 만족시키는 x, y에 대하여 다음 표를 완성해 보자.

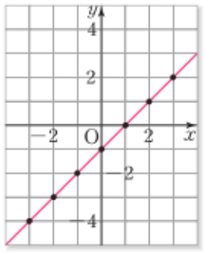
x	…	-3	-2	-1	0	1	2	3	…
y	…								…



2 **1**에서 얻어지는 해 (x, y)를 좌표로 하는 점을 오른쪽 좌표평면 위에 나타내 보자.

발견하기에서 x, y의 값이 정수일 때, 일차방정식 $x-y-1=0$의 해 (x, y)를 좌표로 하는 점을 좌표평면 위에 나타내면 〈그림 1〉의 점과 같다.

또 x, y의 값의 범위가 수 전체일 때, 일차방정식 $x-y-1=0$의 해 (x, y)는 무수히 많고, 이 순서쌍을 좌표로 하는 점을 좌표평면 위에 나타내면 〈그림 1〉과 같은 직선이 된다.



〈그림 1〉

일반적으로 x, y의 값의 범위가 수 전체일 때, 일차방정식

$$ax+by+c=0 \ (a, b, c\text{는 상수}, a\neq 0, b\neq 0)$$

의 해 (x, y)는 무수히 많고, 이 순서쌍을 좌표로 하는 점을 좌표평면 위에 나타내면 직선이 된다. 이때 이 직선을 일차방정식의 그래프라고 한다.

한편 〈그림 1〉의 직선은 기울기가 1이고 y절편이 -1인 일차함수 $y=x-1$의 그래프와 같다. 즉, 일차방정식 $x-y-1=0$의 그래프는 일차함수 $y=x-1$의 그래프와 같음을 알 수 있다.

$ax+by+c=0$
↓
$by=-ax-c$
↓
$y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$

일반적으로 $a\neq 0$, $b\neq 0$일 때, 일차방정식 $ax+by+c=0$에서 y를 x에 대한 식으로 나타내면 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$와 같은 일차함수의 식을 얻는다.

따라서 미지수가 2개인 일차방정식 $ax+by+c=0$의 그래프는 일차함수 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$의 그래프와 같다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

일차함수와 일차방정식의 관계

미지수가 2개인 일차방정식 $ax+by+c=0$ (a, b, c는 상수, $a\neq 0$, $b\neq 0$)의 그래프는 일차함수 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$의 그래프와 같다.

함께 풀기 **1** 일차방정식 $2x-3y+6=0$의 그래프를 그리시오.

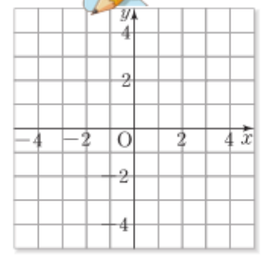


일차방정식 $2x-3y+6=0$에서 y를 x에 대한 식으로 나타내면

$y=\square x+\square$

이때 이 그래프는 기울기가 $\square$이고 y절편이 $\square$인 일차함수의 그래프와 같다.

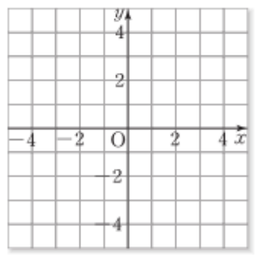
따라서 일차방정식 $2x-3y+6=0$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



문제 1 다음 일차방정식의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그리시오.

(1) $x+y-3=0$

(2) $3x-2y-4=0$



직선의 방정식은 무엇일까?

일차방정식 $ax+by+c=0$에서 a, b 중 어느 하나가 0인 경우의 그래프는 어떤 모양이 되는지 알아보자.

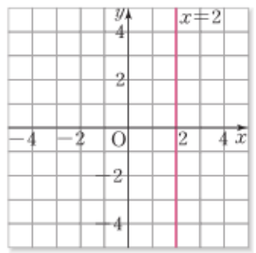
1 $a\neq0$, $b=0$인 경우

일차방정식 $x=2$를 $ax+by+c=0$ 꼴로 나타내면

$$x+0\times y-2=0$$

이므로 이 일차방정식의 y에 어떤 값을 대입하여도 x의 값은 항상 2이다.

따라서 일차방정식 $x=2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 점 $(2, 0)$을 지나고 y축에 평행한 직선이다.





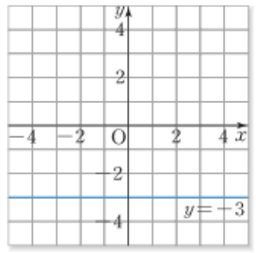
2 $a=0$, $b\neq0$인 경우

일차방정식 $y=-3$을 $ax+by+c=0$ 꼴로 나타내면

$$0\times x+y+3=0$$

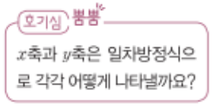
이므로 이 일차방정식의 x에 어떤 값을 대입하여도 y의 값은 항상 -3이다.

따라서 일차방정식 $y=-3$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 점 $(0, -3)$을 지나고 x축에 평행한 직선이다.





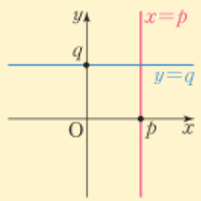
일반적으로 일차방정식 $x=p$와 $y=q$의 그래프는 다음과 같다.



일차방정식 $x=p$와 $y=q$의 그래프

❶ 일차방정식 $x=p$ $(p\neq0)$의 그래프는 점 $(p, 0)$을 지나고 y축에 평행한 직선이다.

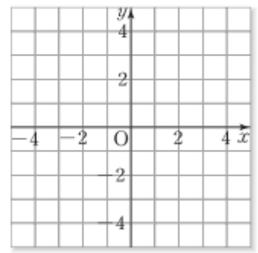
❷ 일차방정식 $y=q$ $(q\neq0)$의 그래프는 점 $(0, q)$를 지나고 x축에 평행한 직선이다.



문제 2 다음 일차방정식의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그리시오.

(1) $x+3=0$ (2) $y-1=0$

(3) $3x-12=0$ (4) $\frac{1}{2}y+1=0$



일반적으로 두 미지수 x, y의 값의 범위가 수 전체일 때, 일차방정식

$ax+by+c=0$ (a, b, c는 상수, $a\neq0$ 또는 $b\neq0$)

의 그래프는 직선이다.

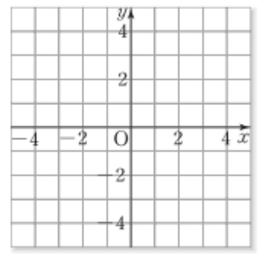
이때 일차방정식 $ax+by+c=0$을 **직선의 방정식**이라고 한다.

문제 3 다음 직선의 방정식이 나타내는 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그리시오.

(1) $-2x-y+4=0$

(2) $2x+4=0$

(3) $3y-9=0$



생각 KEY 우기 — 추론 · 의사소통

다음 대화를 읽고 시율이의 말풍선에 알맞은 내용을 완성해 보자.





소단원 바로 확인하기

정답과 풀이 | 284쪽

개념 쏙 OX 퀴즈

(1) 일차방정식 $x-y+5=0$의 그래프는 일차함수 $y=x+5$의 그래프와 같다. (　　)

(2) 일차방정식 $x+1=0$의 그래프는 점 $(1, 0)$을 지나고 x축에 평행한 직선이다. (　　)

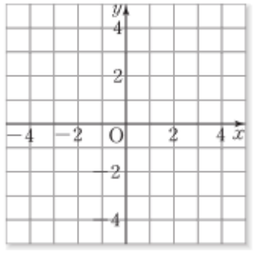
(3) 일차방정식 $y=3$의 그래프는 점 $(-2, 3)$을 지나고 x축에 평행한 직선이다. (　　)

1 121쪽

다음 일차방정식의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그리시오.

(1) $2x-y-1=0$

(2) $3x+4y-8=0$

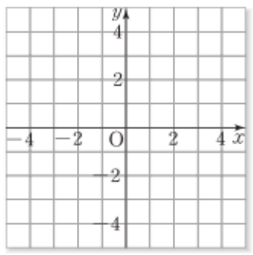


2 122쪽

다음 일차방정식의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그리시오.

(1) $2x-6=0$

(2) $3y+12=0$



3 122쪽

점 $(4, -6)$을 지나고 y축에 수직인 직선의 방정식을 구하시오.

4 123쪽

기울기가 3이고 점 $(1, 2)$를 지나는 직선의 방정식이 $ax+by-1=0$일 때, 상수 a, b의 값을 각각 구하시오.

생각 쑥 122쪽

문제해결

두 일차방정식 $x=p$, $y=q$의 그래프와 x축 및 y축으로 둘러싸인 사각형의 넓이가 10일 때, 순서쌍 (p, q)를 모두 구하시오. (단, p, q는 자연수이다.)

일차함수의 그래프와 연립일차방정식

● 두 일차함수의 그래프와 연립일차방정식의 관계를 설명할 수 있다.

두 일차함수의 그래프와 연립일차방정식의 해는 어떤 관계가 있을까?

발견하기

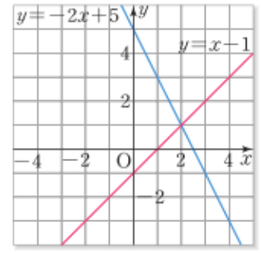
오른쪽 그림은 두 일차함수

$y=x-1$, $y=-2x+5$

의 그래프를 좌표평면 위에 나타낸 것이다.

1 두 그래프의 교점의 좌표를 말해 보자.

2 **1**의 교점의 x좌표와 y좌표가 연립방정식 $\begin{cases} x-y=1 \\ 2x+y=5 \end{cases}$의 해가 되는지 설명해 보자.



발견하기에서 두 일차함수 $y=x-1$, $y=-2x+5$의 그래프의 교점의 좌표는 $(2, 1)$이다.

일차함수 $y=x-1$의 그래프는 일차방정식 $x-y=1$의 그래프와 같고, 일차함수 $y=-2x+5$의 그래프는 일차방정식 $2x+y=5$의 그래프와 같다.

따라서 두 일차함수 $y=x-1$, $y=-2x+5$의 그래프의 교점의 좌표 $(2, 1)$은 연립방정식

$$\begin{cases} x-y=1 \\ 2x+y=5 \end{cases}$$

의 해가 됨을 알 수 있다.

연립방정식의 해는 두 일차방정식의 공통인 해이다.

연립방정식의 해 $x=a$, $y=b$ ⇕ 두 일차함수의 그래프의 교점의 좌표 (a, b)

일반적으로 연립방정식의 해와 두 일차함수의 그래프 사이에는 다음과 같은 관계가 있다.

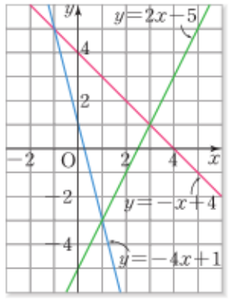
연립방정식의 해와 그래프 (1)

미지수가 2개인 두 일차방정식으로 이루어진 연립방정식의 해는 각 일차방정식의 그래프, 즉 두 일차함수의 그래프의 교점의 좌표와 같다.

문제 1 오른쪽 그래프를 이용하여 다음 연립방정식을 푸시오.

(1) $\begin{cases} x+y=4 \\ 4x+y=1 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x+y=4 \\ 2x-y=5 \end{cases}$



연립방정식에서 두 일차방정식의 그래프가 서로 평행하거나 일치하는 경우에 연립방정식의 해가 어떻게 되는지 알아보자.

함께 풀기 1

다음 연립방정식을 그래프를 이용하여 푸시오.

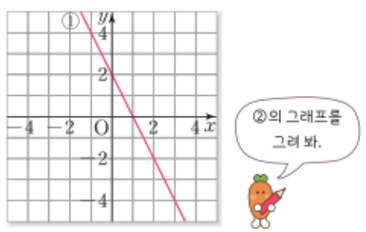
(1) $\begin{cases} 2x+y=2 \\ 4x+2y=-6 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 3x-y=-1 \\ 6x-2y=-2 \end{cases}$

(1) 주어진 방정식에서 각각 y를 x에 대한 식으로 나타내면

$\begin{cases} y=-2x+2 & \cdots\cdots ① \\ y=\square & \cdots\cdots ② \end{cases}$

이를 그래프로 나타내면 다음 그림과 같이 두 직선은 서로 평행하므로 교점이 $\square$.

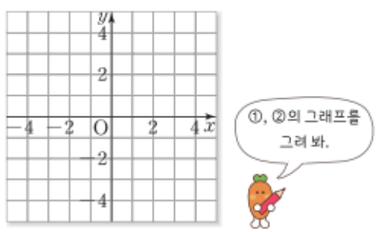


따라서 주어진 연립방정식의 해는 $\square$.

(2) 주어진 방정식에서 각각 y를 x에 대한 식으로 나타내면

$\begin{cases} y=3x+1 & \cdots\cdots ① \\ y=\square & \cdots\cdots ② \end{cases}$

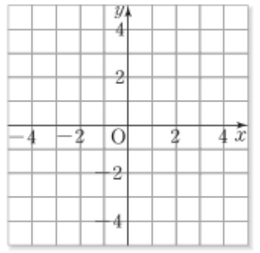
이를 그래프로 나타내면 다음 그림과 같이 두 직선은 일치하므로 교점이 $\square$.



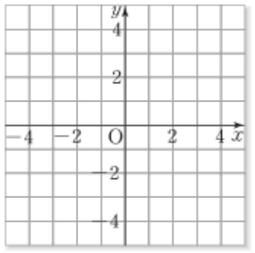
따라서 주어진 연립방정식의 해는 $3x-y=-1$을 만족시키는 모든 순서쌍이다.

문제 2 다음 연립방정식을 그래프를 이용하여 푸시오.

(1) $\begin{cases} 2x+3y=6 \\ 4x+6y=-12 \end{cases}$



(2) $\begin{cases} -x+2y=-2 \\ 2x-4y=4 \end{cases}$



이상을 정리하면 다음과 같다.

연립방정식의 해와 그래프 (2)

연립방정식에서 두 일차방정식의 그래프가

❶ 한 점에서 만나면 연립방정식의 해는 그 교점의 좌표 하나이다.

❷ 평행하면 연립방정식의 해는 없다.

❸ 일치하면 연립방정식의 해는 무수히 많다.

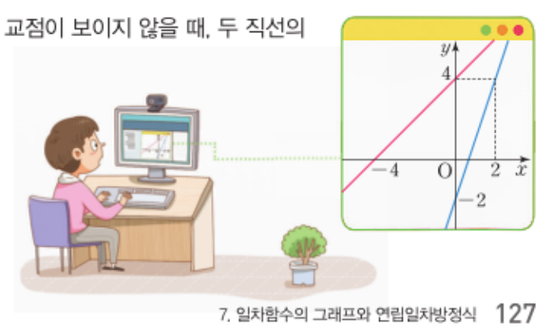
문제 3 연립방정식 $\begin{cases} 3x+y=2 \\ 6x+2y=a \end{cases}$의 해가 다음과 같을 때, 상수 a의 값 또는 a의 조건을 구하시오.

(1) 해가 무수히 많다.

(2) 해가 없다.

생각 KEY 우기 문제해결

오른쪽 그림과 같이 컴퓨터 화면에서 두 직선의 교점이 보이지 않을 때, 두 직선의 교점의 좌표를 구하시오.



소단원 바로 확인하기

정답과 풀이 | 285쪽

개념 콕 콕 퀴즈

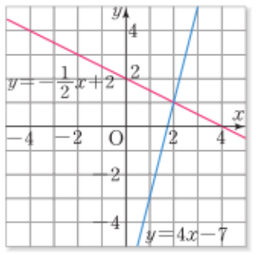
(1) 연립방정식의 해는 연립방정식을 이루는 두 일차방정식의 그래프의 교점의 좌표와 같다. ( )

(2) 연립방정식을 이루는 두 일차방정식의 그래프가 일치하면 연립방정식의 해는 하나이다. ( )

(3) 연립방정식 $\begin{cases} 3x-2y=1 \\ 6x-4y=3 \end{cases}$의 해는 없다. ( )

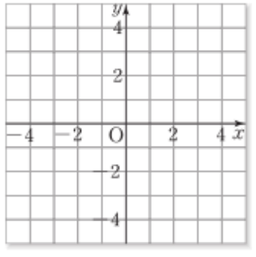
1 125쪽

오른쪽 그래프를 이용하여 연립방정식 $\begin{cases} x+2y=4 \\ 4x-y=7 \end{cases}$을 푸시오.



2 125쪽

그래프를 이용하여 연립방정식 $\begin{cases} 2x-y=4 \\ x-3y=-3 \end{cases}$을 푸시오.



3 125쪽

연립방정식 $\begin{cases} x+ay=5 \\ 3x-2y=-1 \end{cases}$에서 두 일차방정식의 그래프의 교점의 x좌표가 1일 때, 상수 a의 값을 구하시오.

4 127쪽

다음 보기의 연립방정식 중 그 해가 무수히 많은 것을 고르시오.

보기

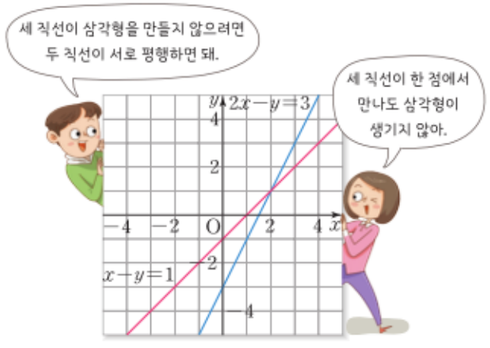
ㄱ. $\begin{cases} x+3y=2 \\ 5x-y=2 \end{cases}$　ㄴ. $\begin{cases} x-2y=-2 \\ 2x-4y=1 \end{cases}$

ㄷ. $\begin{cases} -4x-y=1 \\ 8x+2y=-2 \end{cases}$

생각 127쪽

추론 · 문제해결

연립방정식 $\begin{cases} x-y=1 \\ 2x-y=3 \end{cases}$에서 각 일차방정식의 그래프가 다음 그림과 같다. 이 두 일차방정식의 그래프와 일차함수 $y=ax+3$의 그래프가 삼각형을 만들지 않도록 하는 상수 a의 값을 모두 구하시오.

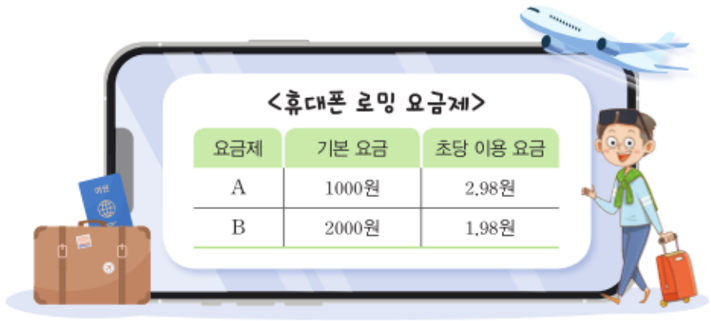


디지털 소양 PLUS

문제해결 정보처리

똑소리 나는 소비자 되기

연우는 해외여행 기간 중에 휴대폰 로밍 요금제를 이용하려고 한다. 두 요금제 A, B를 알아보았더니 다음 표와 같았다. 이용 시간에 따라 어떤 요금제를 선택하는 것이 더 경제적인지 알아보려면 어떻게 해야 할까?



이용 시간을 x초, 이용 요금을 y원이라고 할 때, 연립방정식 $\begin{cases} y=2.98x+1000 \\ y=1.98x+2000 \end{cases}$의 해를 구하여 해결할 수 있다.

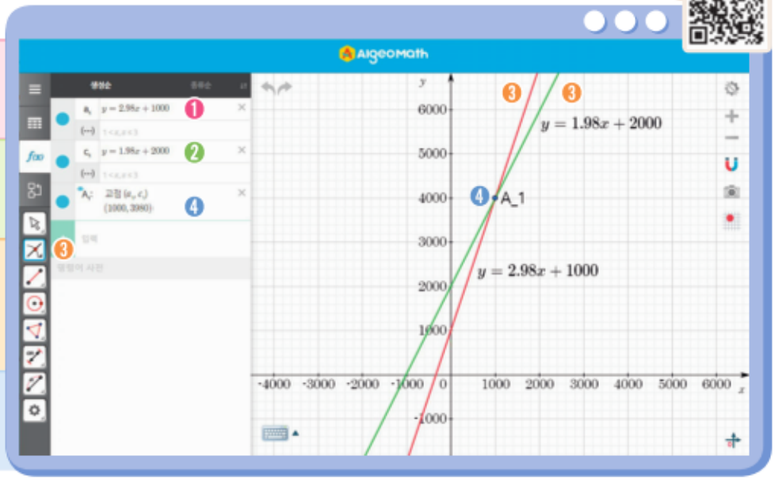
한편 아래와 같이 알지오매스를 이용하여 두 일차함수 $y=2.98x+1000$, $y=1.98x+2000$의 그래프의 교점을 구하여 해결할 수도 있다.

❶ 대수창에 첫 번째 일차함수의 식을 입력한다.

❷ 대수창에 두 번째 일차함수의 식을 입력한다.

❸ ✕(교점)을 선택한 후 두 그래프를 차례대로 클릭한다.

❹ ❸에서 생긴 교점의 좌표를 확인한다.



스스로 과제

1 두 요금제 A, B의 이용 요금이 같아지는 이용 시간을 구해 보자.

2 휴대폰 로밍을 20분 이용할 때, 어느 요금제를 선택하는 것이 더 경제적인지 말해 보자.

안에 알맞은 것을 써넣어 보세요.

함수와 함숫값

함수 $y=f(x)$

y가 x에 대한 함수

➡ 두 변수 x, y에 대하여 x의 값이 변함에 따라 y의 값이 하나씩 정해지는 두 양 사이의 대응 관계

함숫값 $f(m)$

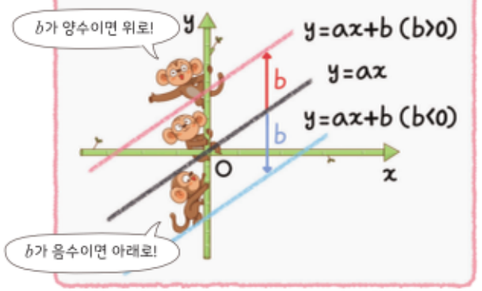
$x=m$일 때의 함숫값

➡ $f(x)$에 x 대신 m을 대입하여 얻은 값

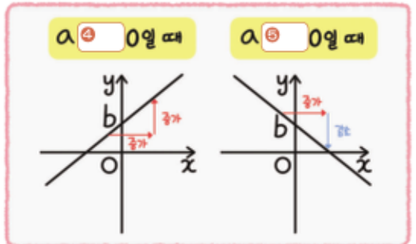
➡ $f($ ❶ $)$

일차함수

$y=ax+b\,(a\neq0)$의 그래프

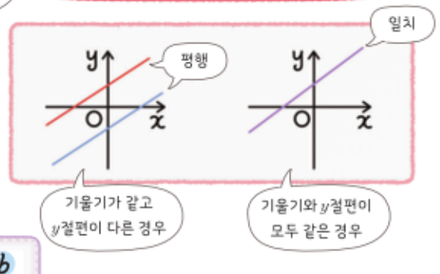


$y=ax+b\,(a\neq0)$의 그래프의 성질



두 일차함수의 그래프의 평행과 일치

(기울기) $=\dfrac{(\text{❷}\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=a$

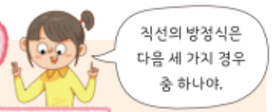


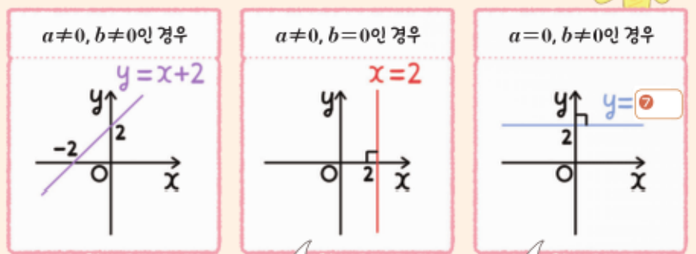
일차함수와 일차방정식의 관계

일차방정식 $ax+by+c=0$ $(a\neq0,\ b\neq0)$ → y를 x에 대한 식으로 나타내면 → 일차함수 $y=-\dfrac{a}{b}x-$ ❻



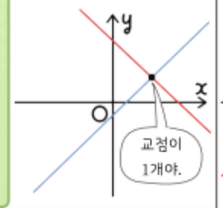
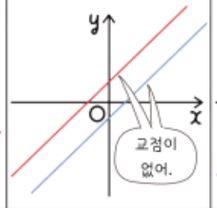
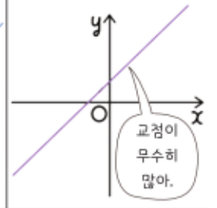
직선의 방정식 $ax+by+c=0$의 그래프





연립일차방정식의 해의 개수는 각 일차방정식의 그래프의 교점의 개수와 같아.

연립일차방정식의 해와 그래프

두 일차방정식의 그래프	한 점에서 만나는 경우	평행한 경우	일치하는 경우
두 그래프의 교점			
연립일차방정식의 해의 개수	❽	❾	무수히 많다.

●●○ 93쪽 😊🙂☹
01 다음 보기 중 y가 x에 대한 함수인 것을 모두 고르시오.

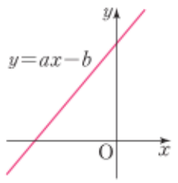
보기
ㄱ. 절댓값이 x인 수 y
ㄴ. 자연수 x의 약수의 개수 y
ㄷ. 키가 x cm인 사람의 몸무게 y kg
ㄹ. 한 자루에 x원인 볼펜 5자루의 가격 y원

●○○ 99쪽 😊🙂☹
02 다음 중 일차함수 $y=-3x$의 그래프를 y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프 위의 점은?
① $(0, 3)$ ② $(1, 4)$ ③ $(2, -2)$
④ $(3, 5)$ ⑤ $(4, -7)$

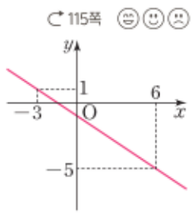
●●○ 102쪽 😊🙂☹
03 두 일차함수 $y=\frac{1}{2}x+3$, $y=\frac{3}{2}x+k$의 그래프가 x축 위에서 만날 때, 상수 k의 값을 구하시오.

●○○ 105쪽 😊🙂☹
04 일차함수 $y=-\frac{4}{3}x+2$의 그래프에서 x의 값이 -4에서 2까지 증가할 때, y의 값의 증가량을 구하시오.

●●○ 110쪽 😊🙂☹
05 일차함수 $y=ax-b$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 일차함수 $y=bx-a$의 그래프가 지나지 않는 사분면을 구하시오. (단, a, b는 상수이다.)



●●○ 115쪽 😊🙂☹
06 오른쪽 그림과 같은 일차함수의 그래프와 평행하고 점 $(3, 2)$를 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오.



●●○ 121쪽 😊🙂☹
07 일차방정식 $7x+2y-8=0$의 그래프의 기울기를 a, y절편을 b라고 할 때, ab의 값을 구하시오.

●●○ 122쪽 😊🙂☹
08 두 점 $(-5, a+3)$, $(4, 2a-4)$를 지나는 직선이 y축에 수직일 때, a의 값을 구하시오.

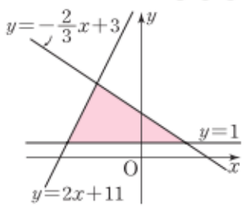
●●○ 127쪽 😊🙂☹
09 연립방정식 $\begin{cases} ax+6y=12 \\ 3x-2y=b \end{cases}$의 해가 무수히 많을 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 상수이다.)

서술형
다음 문제의 풀이 과정을 자세히 서술하시오.

●●○ 117쪽 😊🙂☹
10 기온이 0 ℃일 때 공기 중에서 소리의 속력은 초속 331 m이고, 기온이 1 ℃ 오를 때마다 소리의 속력은 초속 0.6 m씩 일정하게 증가한다고 한다. 기온이 x ℃일 때의 소리의 속력을 초속 y m라고 하자.
(1) y를 x에 대한 식으로 나타내시오.

(2) 기온이 30 ℃일 때, 소리의 속력을 구하시오.

●●● 125쪽 😊🙂☹
11 오른쪽 그림과 같이 세 직선 $y=-\frac{2}{3}x+3$, $y=2x+11$, $y=1$로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오.



스스로 체크
대단원 내용을 다시 점검하려면 트레이닝 북 258~259쪽을 활용하세요.

흥미도	집중도	참여도	성취도
😊🙂☹	😊🙂☹	😊🙂☹	😊🙂☹

함께 다 창의 프로젝트

연결 문제해결

우리가 줄이는 디지털 탄소 발자국



디지털 탄소 발자국이란 기기 충전, 데이터 소비, 대기 전력 등
디지털 기기를 사용하는 모든 과정에서 발생하는 이산화 탄소의 양을 말해.
우리 주변에서 디지털 탄소 발자국을 줄일 수 있는 것들을 알아보고 실천해 보자.

함께과제 **1** 아래 빈칸을 채운 후 표, 식, 그래프를 완성해 보자.

디지털 탄소 발자국

이메일	동영상 플랫폼 시청
1통당 4 g	1시간당 6 g
텔레비전 시청	데이터 사용
1시간당 45 g	1 MB당 11 g

(환경부 신기후체제대응팀, "탄소중립 생활 실천 안내서—가정편")

디지털 탄소 발자국 줄이기

- 바로 실천 목표: 필요 없는 이메일 5통 삭제
  ➡ 바로 ☐ g 감소
- 매일 실천 목표: 동영상 플랫폼 시청 30분 줄이기
  ➡ 매일 ☐ g 감소

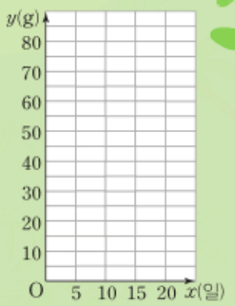
바로 실천 목표를 실천하고 매일 실천 목표를 x일 실천할 때, 줄어드는 디지털 탄소 발자국을 y g이라고 하자.

표

x(일)	0	⋯	5	⋯	10	⋯	15	⋯	20	⋯
y(g)		⋯		⋯		⋯		⋯		⋯

식 $y=$ ☐

그래프



2 모둠별로 디지털 탄소 발자국 줄이기 실천 계획서(317쪽 꾸러미 ③)를 작성하고, 이를 실천해 보자.

동료 평가

- ☐ 주어진 상황에 맞게 표, 식, 그래프를 완성하였는가?
- ☐ 실천 계획서를 작성하고 이를 적절하게 표현하였는가?
- ☐ 친구의 의견을 경청하며 민주적으로 협의하였는가?

꿈을 JOB아라

'그래픽 디자이너' 검색





그래픽 디자이너는 컴퓨터를 이용해 광고, 영화, 드라마, 애니메이션, 게임에 사용되는 특수 효과나 3D 입체 영상을 제작하는 일을 합니다. 사람들의 상상력이 점점 더 풍부해지면서 진짜보다 더 진짜 같은 영상들을 많이 만들어 내고 있습니다.

그래픽 디자이너가 되기 위해서는 색채를 선택하고 조합하는 감각과 조형 감각을 바탕으로 이미지를 시각화할 수 있는 예술적 시각 능력, 그리고 독창적인 아이디어를 낼 수 있는 창의력이 필요합니다.

한편 컴퓨터 그래픽에서 영상의 완성도를 높이기 위한 시뮬레이션 프로그램은 물체의 움직임을 예측하는 함수식을 기반으로 합니다. 특정한 형태가 없는 물, 불과 같은 것이 들어가는 장면에서도 움직임을 예측하는 함수식이 점점 정교해지면서 컴퓨터 그래픽의 완성도가 높아지고 있습니다. 이러한 함수에 대해 잘 이해할 수 있는 수학적 능력이 있다면 더 유능한 그래픽 디자이너가 될 수 있을 것입니다.

(진로정보망 커리어넷, 2023년)