Ⅳ 삼각형과 사각형의 성질

1 이등변삼각형과 직각삼각형
2 삼각형의 외심
3 삼각형의 내심
4 평행사변형의 성질
5 평행사변형이 되는 조건
6 여러 가지 사각형의 성질

정의의 용사의 검

평면도형 마을

검을 뽑을 수 있는 정의의 용사는 사각형이래.

난 아니네.

흑시 내가 그 정의의 용사가 아닐까?

아니야!

두 쌍의 마주 보는 변이 서로 평행한 사각형이라던데.

아, 두 대각선의 길이가 같고 서로 수직이랬어.

정의의 용사는 누구?

우리 마을을 지켜 줄 정의의 용사님은 과연 어떤 분일까?

169쪽을 공부하면 정의의 용사가 누구인지 알 수 있어.

배운 내용 확인하기



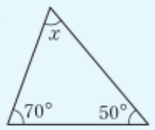
정답과 풀이 287쪽

삼각형의 내각과 외각 | 중 1

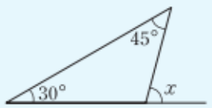
삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않은 두 내각의 크기의 합과 같다.

1 다음 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하시오.

(1)



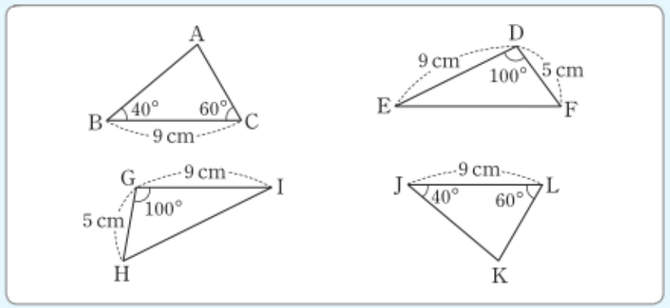
(2)



삼각형의 합동 조건 | 중 1

① 대응하는 세 쌍의 변의 길이가 각각 같을 때 (SSS 합동)
② 대응하는 두 쌍의 변의 길이가 각각 같고 그 끼인각의 크기가 같을 때 (SAS 합동)
③ 대응하는 한 쌍의 변의 길이가 같고 그 양 끝 각의 크기가 각각 같을 때 (ASA 합동)

2 다음 삼각형 중 서로 합동인 것을 모두 찾아 기호 ≡를 사용하여 나타내고, 그때의 합동 조건을 말하시오.

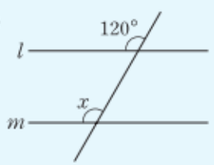


평행선의 성질 | 중 1

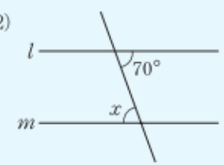
평행한 두 직선이 한 직선과 만날 때
① 동위각의 크기는 서로 같다.
② 엇각의 크기는 서로 같다.

3 다음 그림에서 $l /\!/ m$일 때, $\angle x$의 크기를 구하시오.

(1)



(2)



여러 가지 사각형 | 초 3~4

4 다음 도형의 이름을 말하시오.

(1) 마주 보는 두 쌍의 변이 서로 평행한 사각형
(2) 네 각의 크기가 모두 같은 사각형
(3) 네 변의 길이가 모두 같은 사각형

1 이등변삼각형과 직각삼각형

- 이등변삼각형의 성질을 이해하고 정당화할 수 있다.
- 직각삼각형의 합동 조건을 이해한다.

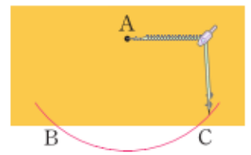
이등변삼각형에는 어떤 성질이 있을까?

발견하기 관찰하여 확인하기

준비물: 색종이(316쪽 꾸러미 ④), 자(314쪽 꾸러미 ⑨), 컴퍼스, 연필, 가위

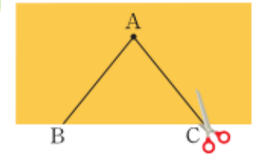
다음과 같이 직사각형 모양의 색종이를 이용하여 삼각형을 만들어 보자.

1



점 A를 중심으로 하고 색종이의 한 변과 두 점에서 만나는 원을 작도한다. 이때 두 교점을 각각 B, C로 표시한다.

2



두 점 A와 B, A와 C를 이어 만든 △ABC를 잘라 낸다.



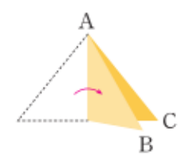
1 △ABC는 어떤 삼각형인지 말해 보자.
2 △ABC를 두 꼭짓점 B, C가 겹치도록 접어 보고 ∠B와 ∠C의 크기가 같은지 확인해 보자.

두 변의 길이가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다. 이등변삼각형에서 길이가 같은 두 변이 이루는 각을 꼭지각, 꼭지각의 대변을 밑변, 밑변의 양 끝 각을 밑각이라고 한다.





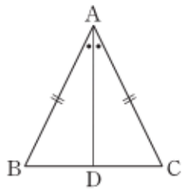
발견하기에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 △ABC는 이등변삼각형이다. △ABC는 두 꼭짓점 B, C가 겹치도록 접으면 완전히 포개어지므로 ∠B와 ∠C의 크기가 같음을 확인할 수 있다.



이와 같이 관찰이나 실험으로 어떤 도형의 성질을 알아보는 것은 그 성질을 추측하거나 이해하는 데 좋은 방법이 될 수 있지만, 이것만으로 그 성질이 항상 옳다고 할 수는 없다. 이미 알려진 사실이나 성질 등을 이용하여 어떤 주장이 참임을 논리적으로 보이는 것을 **증명**이라고 한다.

이제 이등변삼각형의 두 밑각의 크기가 같음을 증명해 보자.

$\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선과 $\overline{BC}$의 교점을 D라고 하자.



$\triangle ABD$와 $\triangle ACD$에서

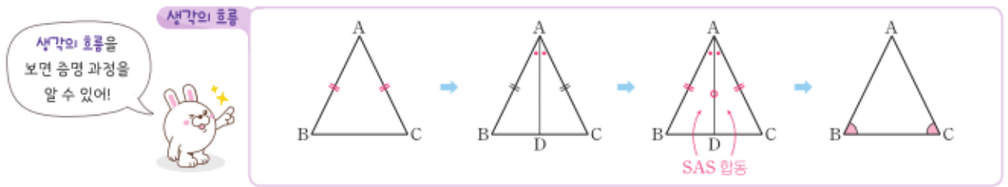
$\overline{AB}=\overline{AC}$ …… ①

$\angle BAD=\angle CAD$ …… ②

$\overline{AD}$는 공통 …… ③

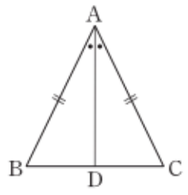
이다. ①, ②, ③에서 $\triangle ABD\equiv\triangle ACD$ (SAS 합동)이므로 $\angle B=\angle C$이다.

따라서 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같다.



함께 증명하기 1 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.

$\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선과 $\overline{BC}$의 교점을 D라고 하자.



$\triangle ABD\equiv\triangle ACD$ (SAS 합동)이므로

$\overline{BD}=\square$ …… ①

또 $\angle ADB=\angle ADC$이고 $\angle ADB+\angle ADC=180^\circ$

이므로 $\angle ADB=\angle ADC=\square^\circ$, 즉

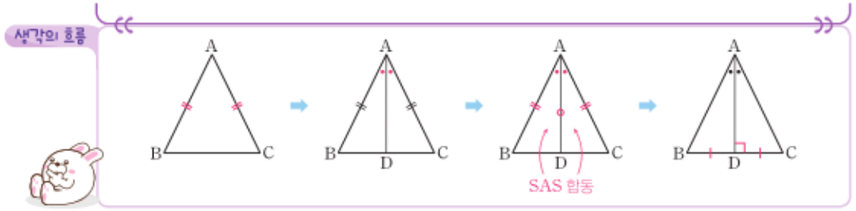
$\overline{AD}\perp\overline{BC}$ …… ②

①, ②에서 $\overline{AD}$는 $\overline{BC}$를 수직이등분한다.

따라서 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.

이전에 배운 내용

두 선분 AD와 BC가 직교할 때, 기호로 $\overline{AD}\perp\overline{BC}$와 같이 나타낸다.



이상을 정리하면 다음과 같다.

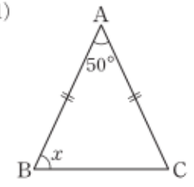
이등변삼각형의 성질

❶ 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같다.

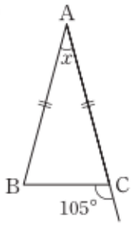
❷ 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.

문제 1 다음 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하시오.

(1)



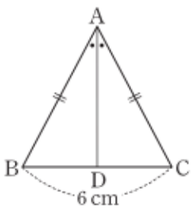
(2)



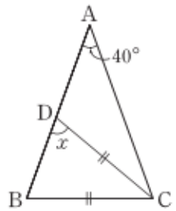
문제 2 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선과 $\overline{BC}$의 교점을 D라고 하자. $\overline{BC}=6$ cm일 때, 다음을 구하시오.

(1) $\overline{BD}$의 길이

(2) $\angle ADC$의 크기



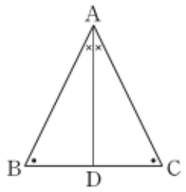
문제 3 오른쪽 그림에서 $\triangle ABC$가 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이고 $\overline{BC}=\overline{DC}$, $\angle A=40^\circ$일 때, $\angle x$의 크기를 구하시오.



이등변삼각형이 되는 조건은 무엇일까?

두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형임을 증명해 보자.

$\angle B=\angle C$인 $\triangle ABC$에서 $\angle A$의 이등분선과 $\overline{BC}$의 교점을 D라고 하자. $\triangle ABD$와 $\triangle ACD$에서



$\angle BAD=\angle CAD$ …… ①

$\overline{AD}$는 공통 …… ②

이다. 또 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이고

$\angle B=\angle C$, $\angle BAD=\angle CAD$이므로

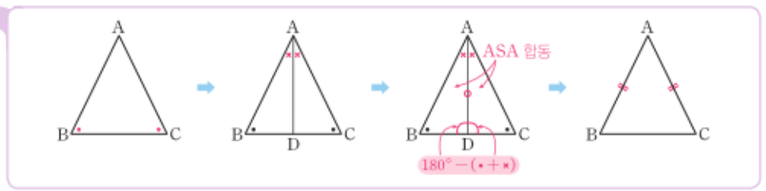
$\angle ADB=\angle ADC$ …… ③

이다. ①, ②, ③에서 $\triangle ABD\equiv\triangle ACD$ (ASA 합동)이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$이다.

따라서 두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

생각의 흐름





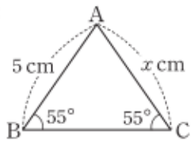
이상을 정리하면 다음과 같다.

이등변삼각형이 되는 조건

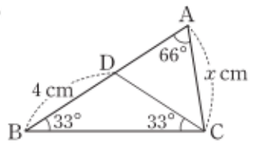
두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

문제 4 다음 그림에서 x의 값을 구하시오.

(1)

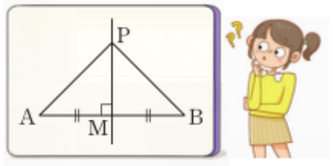


(2)



생각 KEY 우기 — 추론 · 의사소통

선분 AB의 수직이등분선 위의 한 점 P에서 두 선분 PA, PB를 그었을 때 생기는 $\triangle PAB$는 $\overline{PA}=\overline{PB}$인 이등변삼각형임을 설명해 보자.



직각삼각형의 합동 조건은 무엇일까?

발견하기

다음은 여수대교를 찍은 사진이다. $\angle C=\angle F=90^\circ$인 두 직각삼각형 ABC와 DEF에서 $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\angle B=\angle E=28^\circ$이다.



1 $\angle A$와 $\angle D$의 크기를 구해 보자.

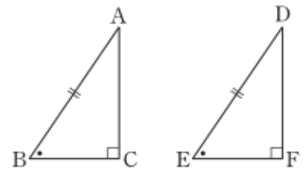
2 $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$가 서로 합동인지 말해 보자.

직각삼각형에서 직각의 대변을 빗변이라고 한다.

발견하기에서 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같은 두 직각삼각형은 서로 합동임을 확인할 수 있다.

빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같은 두 직각삼각형은 서로 합동임을 증명해 보자.

$\angle C=\angle F=90^\circ$인 두 직각삼각형 ABC와 DEF에서 $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\angle B=\angle E$라고 하자.



$\triangle ABC$와 $\triangle DEF$에서

$\overline{AB}=\overline{DE}$ …… ①

$\angle B=\angle E$ …… ②

직각삼각형의 한 내각은 직각이므로 한 예각의 크기를 알면 다른 예각의 크기도 알 수 있다.

이다. 또 $\angle A=90^\circ-\angle B=90^\circ-\angle E=\angle D$이므로

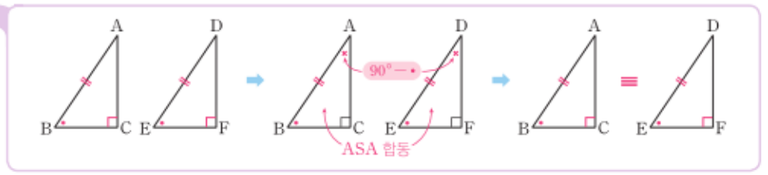
$\angle A=\angle D$ …… ③

이다. ①, ②, ③에서 $\triangle ABC\equiv\triangle DEF$ (ASA 합동)이다.

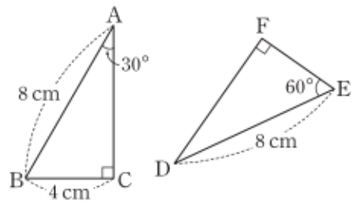
따라서 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같은 두 직각삼각형은 서로 합동이다.

생각의 흐름





문제 5 오른쪽 그림과 같이 $\angle C=\angle F=90^\circ$인 두 직각삼각형 ABC와 DEF에서 $\overline{EF}$의 길이를 구하시오.



함께 증명하기 2 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같은 두 직각삼각형은 서로 합동이다.

$\angle C=\angle F=90^\circ$인 두 직각삼각형 ABC와 DEF에서 $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\overline{AC}=\overline{DF}$라고 하자.

△DEF를 뒤집어 $\overline{AC}$와 $\overline{DF}$가 맞닿도록 놓으면

$\angle ACB+\angle DFE=\square^\circ$

이므로 세 점 B, C(F), E는 한 직선 위에 있게 된다. 이때

$\overline{AB}=\overline{AE}$ ····· ①

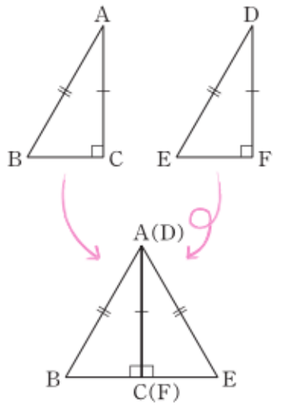
이므로 △ABE는 이등변삼각형이다. 그러므로

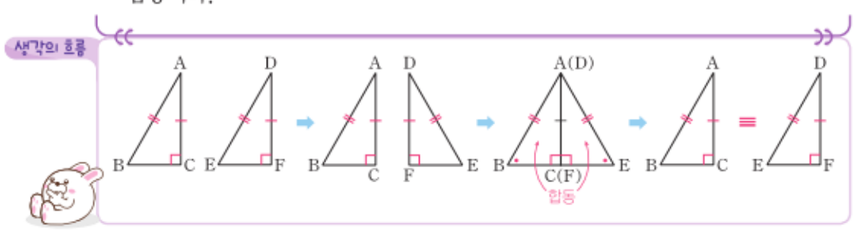
$\angle B=\square$ ····· ②

①, ②에서 두 직각삼각형의 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으므로

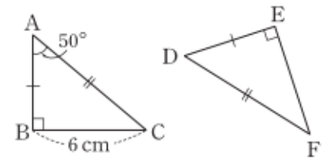
△ABC≡△DEF

따라서 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같은 두 직각삼각형은 서로 합동이다.





문제 6 오른쪽 그림과 같이 $\angle B=\angle E=90^\circ$인 두 직각삼각형 ABC와 DEF에서 $\angle F$의 크기를 구하시오.



이상을 정리하면 다음과 같다.

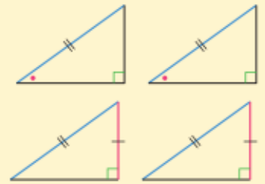
직각삼각형의 합동 조건에서 R은 Right angle (직각), H는 Hypotenuse (빗변), A는 Angle (각), S는 Side (변)의 첫 글자이다.

직각삼각형의 합동 조건

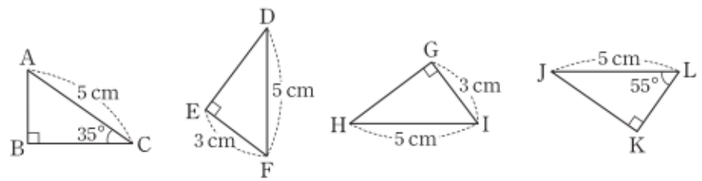
두 직각삼각형은 다음의 각 경우에 서로 합동이다.

❶ 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같을 때 (RHA 합동)

❷ 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같을 때 (RHS 합동)

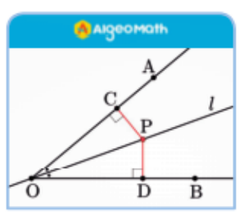


문제 7 다음 직각삼각형 중 서로 합동인 것을 모두 찾아 기호 ≡를 사용하여 나타내고, 그때의 직각삼각형의 합동 조건을 말하시오.



생각 KEY 우기 정보처리 · 의사소통

오른쪽 그림은 알지오매스를 이용하여 ∠AOB의 이등분선 l을 그린 후 그 위에 점 P를 잡은 것이다. 점 P에서 두 반직선 OA와 OB에 내린 수선의 발을 각각 C, D라고 할 때, 직선 l 위에서 점 P의 위치를 움직이면서 $\overline{PC}$, $\overline{PD}$의 길이가 같은지 확인하고, 그 이유를 설명해 보자.



소단원 바로 확인하기

정답과 풀이 | 287쪽

개념 쏙 OX 퀴즈

(1) 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다. ( )

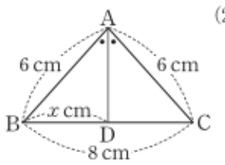
(2) 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같은 두 직각삼각형은 서로 합동이다. ( )

(3) 두 예각의 크기가 각각 같은 두 직각삼각형은 서로 합동이다. ( )

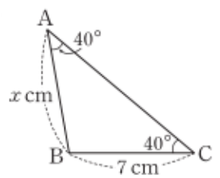
1 141, 142쪽

다음 그림에서 x의 값을 구하시오.

(1)

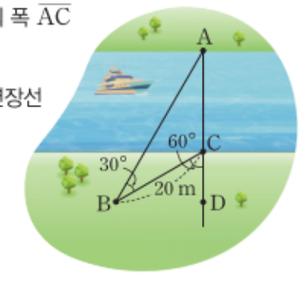


(2)



2 142쪽

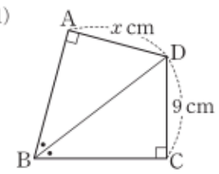
오른쪽 그림에서 강의 폭 $\overline{AC}$의 길이를 구하시오. (단, 점 D는 $\overline{AC}$의 연장선 위에 있다.)



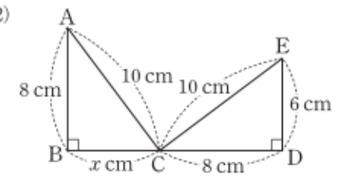
3 145쪽

다음 그림에서 x의 값을 구하시오.

(1)

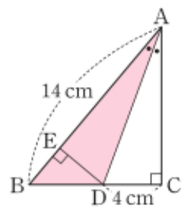


(2)



4 145쪽

오른쪽 그림과 같이 $\angle C=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AD}$가 $\angle A$의 이등분선이고 $\overline{AB}\perp\overline{DE}$일 때, $\triangle ABD$의 넓이를 구하시오.



생각 쏙 145쪽

추론·의사소통

다음 지안이의 주장이 옳은지, 옳지 않은지 두 직각삼각형을 그려서 설명하시오.



2 삼각형의 외심

● 삼각형의 외심의 성질을 이해하고 정당화할 수 있다.

삼각형의 외심이란 무엇일까?

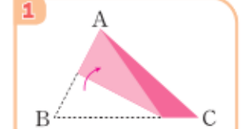
발견하기 관찰하여 확인하기

준비물: 색종이(316쪽 꾸러미 ⑤), 연필, 자 또는 컴퍼스

예각삼각형 모양의 색종이를 이용하여 다음과 같은 종이접기 활동을 해 보자.

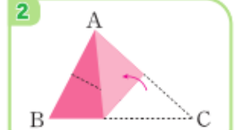


1



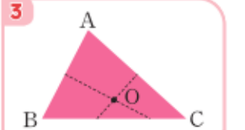
두 꼭짓점 A, B가 겹치도록 접은 후 펼친다.

2



두 꼭짓점 A, C가 겹치도록 접은 후 펼친다.

3



접은 두 선의 교점을 O로 표시한다.

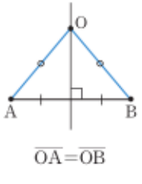
1 1, 2에서 접은 선이 각각 두 변 AB, AC의 수직이등분선임을 설명해 보자.

2 두 꼭짓점 B, C가 겹치도록 접은 선도 점 O를 지나는지 확인해 보자.

3 점 O에서 세 꼭짓점 A, B, C에 이르는 거리를 비교해 보자.

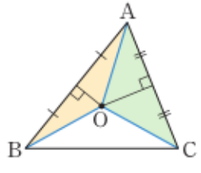
발견하기에서 $\triangle ABC$의 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만나고, 그 점에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 모두 같음을 확인할 수 있다. 이와 같은 성질이 항상 성립하는지 증명해 보자.

선분의 수직이등분선 위의 한 점에서 그 선분의 양 끝점에 이르는 거리는 같다.



$\overline{OA}=\overline{OB}$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}$와 $\overline{AC}$의 수직이등분선의 교점을 O라고 하자.



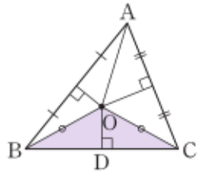
점 O는 $\overline{AB}$와 $\overline{AC}$의 수직이등분선 위의 점이므로 $\overline{OA}=\overline{OB}$, $\overline{OA}=\overline{OC}$이다. 즉, $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이다.

점 O에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 D라고 하면 $\triangle OBD$와 $\triangle OCD$에서

$\angle ODB=\angle ODC=90^\circ$ …… ①

$\overline{OB}=\overline{OC}$ …… ②

$\overline{OD}$는 공통 …… ③



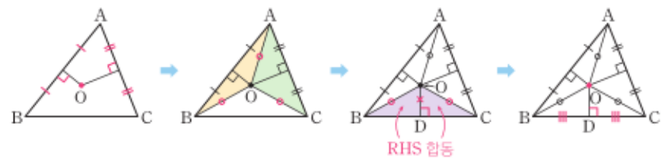
이다. ①, ②, ③에서 $\triangle OBD\equiv\triangle OCD$ (RHS 합동)이다.

즉, $\overline{BD}=\overline{CD}$이므로 $\overline{OD}$는 $\overline{BC}$의 수직이등분선이다.

따라서 △ABC의 세 변의 수직이등분선은 한 점 O에서 만난다.

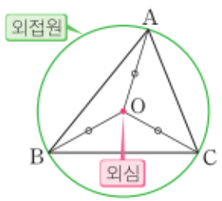
생각의 흐름



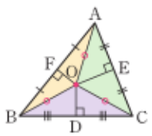


한편 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이므로 점 O에서 △ABC의 세 꼭짓점에 이르는 거리는 모두 같다. 따라서 점 O를 중심으로 하고 $\overline{OA}$를 반지름으로 하는 원을 그리면 이 원은 △ABC의 세 꼭짓점을 모두 지난다.

이와 같이 △ABC의 모든 꼭짓점이 원 O 위에 있을 때, 원 O는 △ABC에 **외접**한다고 하며 원 O를 △ABC의 **외접원**이라고 한다. 또 외접원의 중심 O를 △ABC의 **외심**이라고 한다.



이상을 정리하면 다음과 같다.



삼각형의 외심

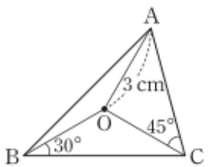
❶ 삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점(외심)에서 만난다.

❷ 삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 모두 같다.

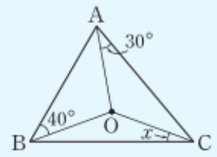
문제 1 오른쪽 그림에서 점 O가 △ABC의 외심이고 $\overline{OA}=3$ cm, $\angle OBC=30^\circ$, $\angle OCA=45^\circ$일 때, 다음을 구하시오.

(1) $\overline{OC}$의 길이

(2) $\angle OCB$의 크기



함께 풀기 1 오른쪽 그림에서 점 O가 △ABC의 외심이고 $\angle OAC=30^\circ$, $\angle OBA=40^\circ$일 때, $\angle x$의 크기를 구하시오.



점 O는 △ABC의 외심이므로 $\overline{OA}=\overline{OB}=$ ☐

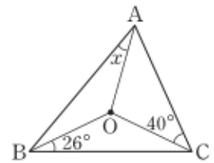
즉, △OAB, △OBC, △OCA는 모두 이등변삼각형이므로

$\angle OAB=\angle OBA=40^\circ$, $\angle OBC=\angle OCB=\angle x$, $\angle OCA=\angle OAC=$ ☐°

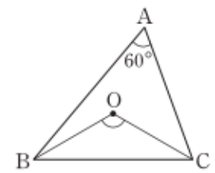
이때 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$2(40^\circ+\angle x+$ ☐$^\circ)=180^\circ$, $\angle x=$ ☐°

문제 2 오른쪽 그림에서 점 O가 △ABC의 외심이고 $\angle OBC=26^\circ$, $\angle OCA=40^\circ$일 때, $\angle x$의 크기를 구하시오.

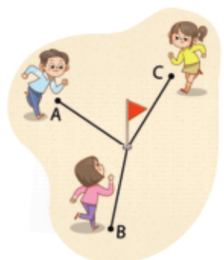


문제 3 오른쪽 그림에서 점 O가 △ABC의 외심이고 $\angle A=60^\circ$일 때, $\angle BOC$의 크기를 구하시오.



생각 KEY 우기 — 문제해결 · 의사소통

지영이네 학교 체육대회에서 세 학생이 동시에 출발하여 가운데 깃발을 먼저 뽑는 학생이 이기는 게임을 준비하고 있다. 세 학생이 출발할 위치를 A, B, C라고 할 때, 세 학생의 출발 위치로부터 같은 거리에 있도록 깃발의 위치를 정하는 방법을 이야기해 보자.



소단원 바로 확인하기

정답과 풀이 | 287쪽

개념 콕 ○× 퀴즈

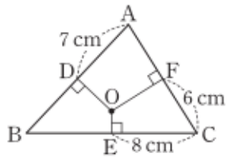
(1) 삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만난다. (　　)

(2) 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점을 외심이라고 한다. (　　)

(3) 삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 모두 같다. (　　)

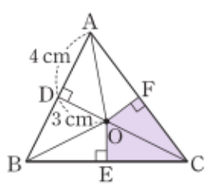
1 148쪽

오른쪽 그림에서 점 O가 △ABC의 외심이고 $\overline{AD}=7$ cm, $\overline{CE}=8$ cm, $\overline{CF}=6$ cm일 때, △ABC의 둘레의 길이를 구하시오.



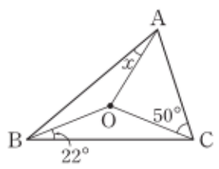
2 148쪽

오른쪽 그림에서 점 O가 △ABC의 외심이고 $\overline{AD}=4$ cm, $\overline{OD}=3$ cm이다. △ABC의 넓이가 34 cm²일 때, 사각형 OECF의 넓이를 구하시오.



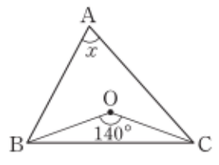
3 149쪽

오른쪽 그림에서 점 O가 △ABC의 외심이고 ∠OBC=22°, ∠OCA=50°일 때, ∠x의 크기를 구하시오.



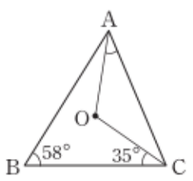
4 149쪽

오른쪽 그림에서 점 O가 △ABC의 외심이고 ∠BOC=140°일 때, ∠x의 크기를 구하시오.



생각 열기 149쪽 문제해결

오른쪽 그림에서 점 O가 △ABC의 외심이고 ∠B=58°, ∠OCB=35°일 때, ∠OAC의 크기를 구하시오.



디지털 소양 PLUS

정보처리 추론

삼각형의 외심의 위치 탐구하기

알지오매스를 이용하여 삼각형의 종류에 따른 외심의 위치를 알아보자.

따라 하기 예각삼각형의 외심 찾기

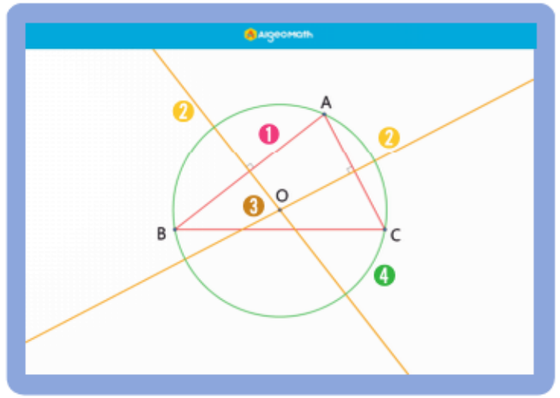
사용되는 도구: 선분, 수직이등분선, 교점, 원

❶ 를 선택하여 예각삼각형 ABC를 그린다.

❷ 를 선택하여 $\overline{AB}$와 $\overline{AC}$의 수직이등분선을 각각 그린다.

❸ 를 선택하여 ❷의 두 수직이등분선의 교점을 O로 정한다.

❹ 를 선택하여 점 O를 중심으로 하고 $\overline{OA}$를 반지름으로 하는 원을 그려 △ABC의 외접원이 되는지 확인한다.



1 예각삼각형에서 내가 찾은 외심과 친구들이 찾은 외심을 비교하여 예각삼각형의 외심의 위치가 어디인지 이야기해 보자.



스스로 과제

따라 하기의 △ABC에서 점 A를 움직이며 직각삼각형, 둔각삼각형일 때의 외심의 위치를 확인하고 다음 표를 완성해 보자.

삼각형의 종류	예각삼각형	직각삼각형	둔각삼각형
외심의 위치			

삼각형의 내심

● 삼각형의 내심의 성질을 이해하고 정당화할 수 있다.

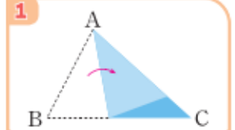
삼각형의 내심이란 무엇일까?

발견하기 관찰하여 확인하기

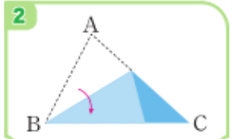
준비물: 색종이(315쪽 꾸러미 ⑦), 연필, 자 또는 컴퍼스

삼각형 모양의 색종이를 이용하여 다음과 같은 종이접기 활동을 해 보자.

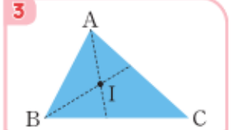
1 두 변 AB, AC가 겹치도록 접은 후 펼친다.



2 두 변 AB, BC가 겹치도록 접은 후 펼친다.



3 접은 두 선의 교점을 I로 표시한다.



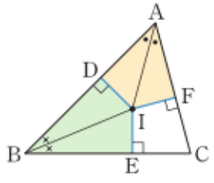
1 1, 2에서 접은 선이 각각 ∠A, ∠B의 이등분선임을 설명해 보자.

2 두 변 AC, BC가 겹치도록 접은 선도 점 I를 지나는지 확인해 보자.

3 점 I에서 세 변 AB, BC, CA에 이르는 거리를 비교해 보자.

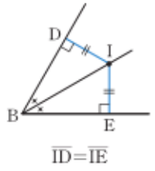
발견하기에서 △ABC의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만나고, 그 점에서 세 변에 이르는 거리는 모두 같음을 확인할 수 있다. 이와 같은 성질이 항상 성립하는지 증명해 보자.

△ABC에서 ∠A와 ∠B의 이등분선의 교점을 I라 하고, 점 I에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F라고 하자.



점 I는 ∠A와 ∠B의 이등분선 위의 점이므로 $\overline{ID}=\overline{IF}$, $\overline{ID}=\overline{IE}$이다. 즉, $\overline{ID}=\overline{IE}=\overline{IF}$이다.

각의 이등분선 위의 한 점에서 그 각의 두 변에 내린 수선의 길이는 같다.



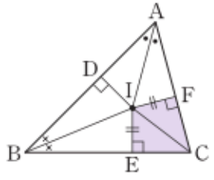
$\overline{ID}=\overline{IE}$

$\overline{IC}$를 그으면 △IEC와 △IFC에서

∠IEC=∠IFC=90° …… ①

$\overline{IC}$는 공통 …… ②

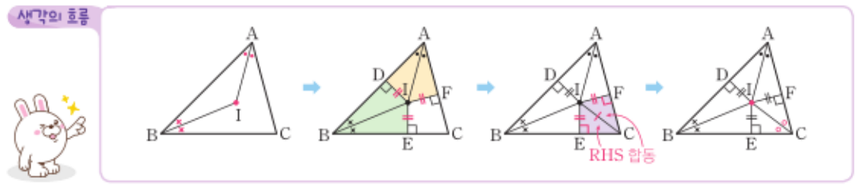
$\overline{IE}=\overline{IF}$ …… ③



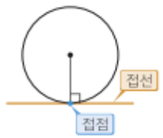
이다. ①, ②, ③에서 △IEC≡△IFC (RHS 합동)이다.

즉, ∠ICE=∠ICF이므로 $\overline{IC}$는 ∠C의 이등분선이다.

따라서 △ABC의 세 내각의 이등분선은 한 점 I에서 만난다.



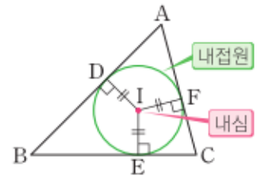
한편 $\overline{ID}=\overline{IE}=\overline{IF}$이므로 점 I에서 △ABC의 세 변에 이르는 거리는 모두 같다. 따라서 점 I를 중심으로 하고 $\overline{ID}$를 반지름으로 하는 원을 그리면 이 원은 △ABC의 세 변과 각각 한 점에서 만난다.



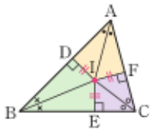
원의 접선은 접점을 지나는 반지름과 수직으로 만난다.

이와 같이 원과 직선이 한 점에서 만날 때, 이 직선은 원에 **접한다**고 하며 이 직선을 원의 **접선**, 원과 만나는 점을 **접점**이라고 한다.

특히 원 I가 △ABC의 세 변에 모두 접할 때, 원 I는 △ABC에 **내접**한다고 하며 원 I를 △ABC의 **내접원**이라고 한다. 또 내접원의 중심 I를 △ABC의 **내심**이라고 한다.



이상을 정리하면 다음과 같다.

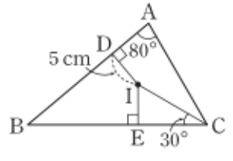


삼각형의 내심

❶ 삼각형의 세 내각의 이등분선은 한 점(내심)에서 만난다.

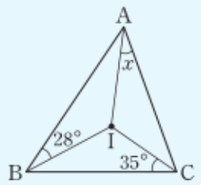
❷ 삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 모두 같다.

문제 1 오른쪽 그림에서 점 I가 △ABC의 내심이고 점 I에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 D, E라고 하자. $\overline{ID}=5$ cm, ∠A=80°, ∠ICE=30°일 때, 다음을 구하시오.



(1) $\overline{IE}$의 길이 (2) ∠B의 크기

함께 풀기 **1** 오른쪽 그림에서 점 I가 △ABC의 내심이고 ∠IBA=28°, ∠ICB=35°일 때, ∠x의 크기를 구하시오.



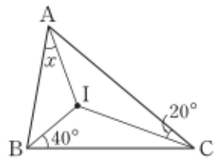
점 I는 △ABC의 내심이므로

∠IAB=∠IAC=∠x, ∠IBC=∠IBA=□°, ∠ICA=∠ICB=35°

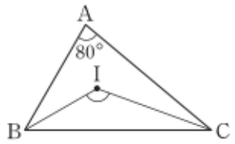
이때 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

2(∠x+□°+35°)=180°, ∠x=□°

문제 2 오른쪽 그림에서 점 I가 △ABC의 내심이고 ∠IBC=40°, ∠ICA=20°일 때, ∠x의 크기를 구하시오.

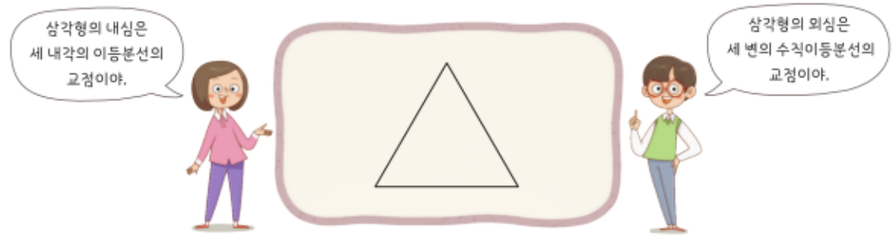


문제 3 오른쪽 그림에서 점 I가 △ABC의 내심이고 ∠A=80°일 때, ∠BIC의 크기를 구하시오.



생각 KEY 우기 — 정보처리 · 의사소통

교구나 공학 도구를 이용하여 정삼각형에서 내심과 외심이 일치하는지 확인해 보고, 그 이유를 설명해 보자.



소단원 **바로 확인하기**

정답과 풀이 | 288쪽

개념 콕 OX 퀴즈

(1) 삼각형의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다. ( )

(2) 삼각형의 내심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 모두 같다. ( )

(3) 삼각형의 내심은 항상 삼각형의 내부에 있다. ( )

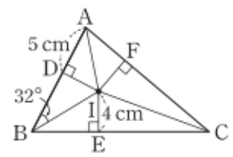
1 153쪽

오른쪽 그림에서 점 I가 △ABC의 내심일 때, 다음을 구하시오.

(1) $\overline{ID}$의 길이

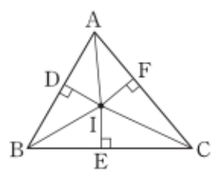
(2) $\overline{AF}$의 길이

(3) ∠IBE의 크기



2 153쪽

오른쪽 그림에서 점 I가 △ABC의 내심일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르시오.



보기

ㄱ. $\overline{IA}=\overline{IB}=\overline{IC}$ ㄴ. $\overline{ID}=\overline{IE}=\overline{IF}$

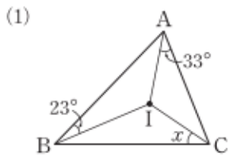
ㄷ. $\overline{AD}=\overline{BD}$ ㄹ. $\overline{BD}=\overline{BE}$

ㅁ. ∠IAD=∠IAF ㅂ. ∠IBE=∠ICE

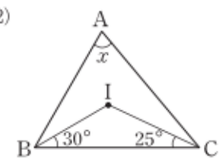
3 154쪽

다음 그림에서 점 I가 △ABC의 내심일 때, ∠x의 크기를 구하시오.

(1)

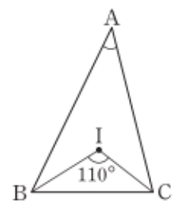


(2)



4 154쪽

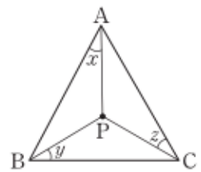
오른쪽 그림에서 점 I가 △ABC의 내심이고 ∠BIC=110°일 때, ∠A의 크기를 구하시오.



생각 154쪽

문제해결

오른쪽 그림에서 점 P가 △ABC의 내심일 때와 외심일 때, ∠x+∠y+∠z의 크기를 각각 구하고, 그 크기를 비교하시오.



4. 평행사변형의 성질

● 평행사변형의 성질을 이해하고 정당화할 수 있다.

평행사변형에는 어떤 성질이 있을까?

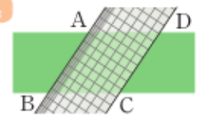
발견하기 관찰하여 확인하기

준비물: 색종이(316쪽 꾸러미 ⑥), 자, 연필, 가위

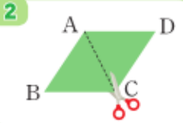


다음과 같이 평행사변형을 만든 후 대각선을 잘라 삼각형을 만들어 포개어 보자.

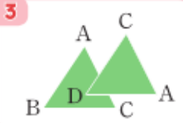
1 직사각형 모양의 색종이에 자를 비스듬히 대고 잘라 평행사변형 ABCD를 만든다.



2 대각선 AC를 잘라 두 개의 삼각형을 만든다.



3 2에서 만든 두 삼각형을 포개어 본다.



1 평행사변형 ABCD에서 길이가 같은 변을 모두 찾아보자.

2 평행사변형 ABCD에서 크기가 같은 각을 모두 찾아보자.

삼각형 ABC를 기호로 △ABC와 같이 나타내는 것처럼 사각형 ABCD를 기호로

□ABCD

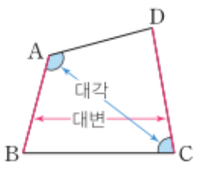
와 같이 나타낸다. 또 사각형에서 마주 보는 변을 대변, 마주 보는 각을 대각이라고 한다.

오른쪽 □ABCD에서

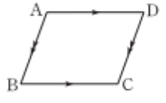
$\overline{AB}$와 $\overline{DC}$, $\overline{AD}$와 $\overline{BC}$는 대변,

∠A와 ∠C, ∠B와 ∠D는 대각

이다.



평행사변형 ABCD에서
$\overline{AB}$ // $\overline{DC}$, $\overline{AD}$ // $\overline{BC}$

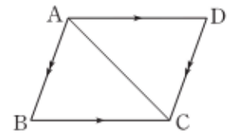


발견하기에서 평행사변형 ABCD를 대각선 AC를 따라 잘랐을 때, 만들어진 두 삼각형 ABC와 CDA를 포개어 보면 완전히 포개어지므로 평행사변형 ABCD의 두 쌍의 대변의 길이와 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같음을 알 수 있다.

평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같고, 두 쌍의 대각의 크기도 각각 같음을 증명해 보자.

이전에 배운 내용
평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 엇각의 크기는 서로 같다.





평행사변형 ABCD에서 대각선 AC를 긋자.

△ABC와 △CDA에서

$\overline{AB}$ // $\overline{DC}$, $\overline{AD}$ // $\overline{BC}$이므로

∠BAC = ∠DCA (엇각) …… ①

∠ACB = ∠CAD (엇각) …… ②

$\overline{AC}$는 공통 …… ③

이다. ①, ②, ③에서 △ABC ≡ △CDA (ASA 합동)이므로

$\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{BC} = \overline{DA}$, ∠B = ∠D

이다. 또 ①, ②에서

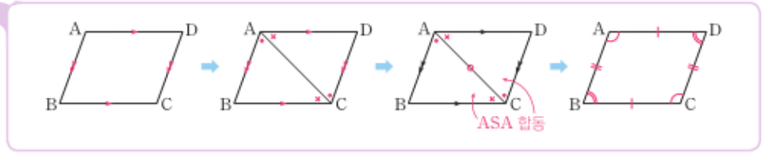
$$\angle BAD = \angle BAC + \angle CAD$$
$$= \angle DCA + \angle ACB$$
$$= \angle DCB$$

이다.

따라서 평행사변형의 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같고, 두 쌍의 대각의 크기도 각각 같다.

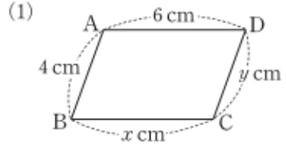
생각의 흐름



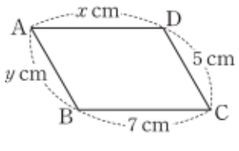


문제 1 다음 평행사변형 ABCD에서 x, y의 값을 각각 구하시오.

(1)

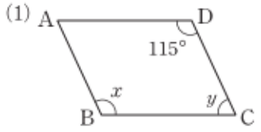


(2)

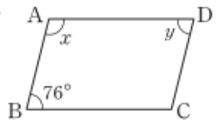


문제 2 다음 평행사변형 ABCD에서 $\angle x$, $\angle y$의 크기를 각각 구하시오.

(1)

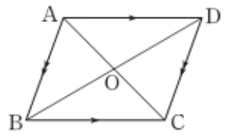


(2)



함께 증명하기 **1** **평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.**

평행사변형 ABCD에서 두 대각선 AC, BD의 교점을 O라고 하자.



△OAB와 △OCD에서

$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로

$\angle ABO=$ □ (엇각) …… ①

$\angle BAO=\angle DCO$ (엇각) …… ②

평행사변형에서 대변의 길이는 같으므로

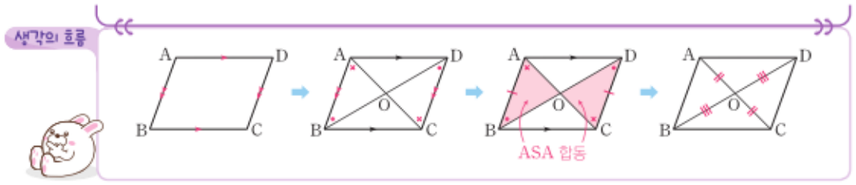
$\overline{AB}=$ □ …… ③

①, ②, ③에서 △OAB≡△OCD (ASA 합동)이므로

$\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OB}=\overline{OD}$

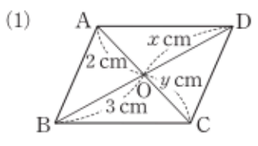
따라서 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

생각의 흐름

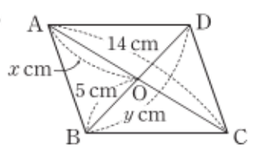


문제 3 다음 평행사변형 ABCD에서 두 대각선의 교점이 O일 때, x, y의 값을 각각 구하시오.

(1)



(2)



이상을 정리하면 다음과 같다.

평행사변형의 성질

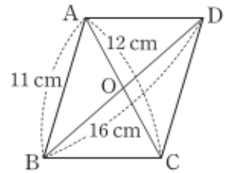
평행사변형에서

❶ 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.

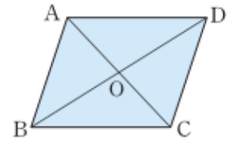
❷ 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같다.

❸ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

문제 4 오른쪽 평행사변형 ABCD에서 두 대각선의 교점이 O이고 $\overline{AB}=11$ cm, $\overline{AC}=12$ cm, $\overline{BD}=16$ cm일 때, △OCD의 둘레의 길이를 구하시오.

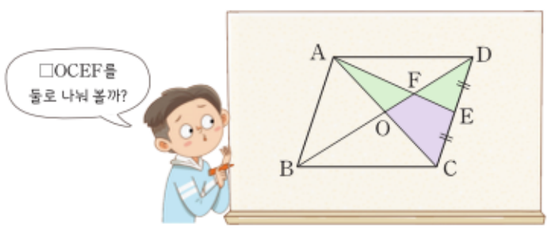


문제 5 오른쪽 평행사변형 ABCD에서 두 대각선의 교점이 O이고 △OAB의 넓이가 15 cm^2일 때, 평행사변형 ABCD의 넓이를 구하시오.



생각 KEY 우기 — 추론 · 의사소통

다음 평행사변형 ABCD에서 두 대각선의 교점을 O, $\overline{CD}$의 중점을 E, $\overline{AE}$와 $\overline{BD}$의 교점을 F라고 하자. △AOF와 △DEF의 넓이의 합과 □OCEF의 넓이가 같음을 설명해 보자.



소단원 바로 확인하기

정답과 풀이 | 289쪽

개념 콕 OX 퀴즈

(1) 평행사변형의 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다. (　　)

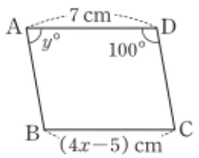
(2) 평행사변형에서 대각이 아닌 두 내각의 크기의 합은 180°이다. (　　)

(3) 평행사변형의 두 대각선은 길이가 서로 같다. (　　)

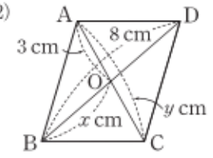
1 159쪽

다음 평행사변형 ABCD에서 x, y의 값을 각각 구하시오. (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)

(1)

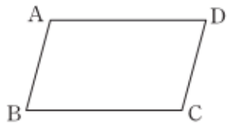


(2)



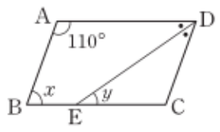
2 159쪽

오른쪽 평행사변형 ABCD의 둘레의 길이가 48 cm이고 $\overline{AB} : \overline{BC} = 3 : 5$일 때, $\overline{AD}$의 길이를 구하시오.



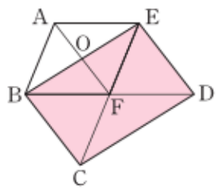
3 159쪽

오른쪽 평행사변형 ABCD에서 $\overline{DE}$는 $\angle D$의 이등분선이고 $\angle A = 110°$일 때, $\angle x$, $\angle y$의 크기를 각각 구하시오.



4 159쪽

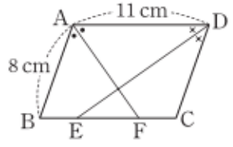
오른쪽 그림에서 □ABFE와 □BCDE는 모두 평행사변형이고, 점 O는 $\overline{AF}$와 $\overline{BE}$의 교점, 점 F는 $\overline{BD}$와 $\overline{CE}$의 교점이다. △ABE의 넓이가 12 cm²일 때, □BCDE의 넓이를 구하시오.



생각 쑥쑥 159쪽

문제해결

오른쪽 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AF}$, $\overline{DE}$는 각각 $\angle A$, $\angle D$의 이등분선이고 $\overline{AB} = 8$ cm, $\overline{AD} = 11$ cm일 때, $\overline{EF}$의 길이를 구하시오.



5 평행사변형이 되는 조건

● 평행사변형이 되는 조건을 이해하고 정당화할 수 있다.

평행사변형이 되는 조건은 무엇일까?

발견하기

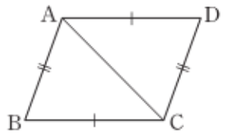
준비물: 각도기(314쪽 꾸러미 ⑩), 자

다음 그림은 길이가 같은 긴 빨대 한 쌍과 짧은 빨대 한 쌍을 실로 연결하여 모양이 다른 사각형 3개를 만든 것이다. 이 세 사각형은 어떤 사각형일지 추측해 보자.





두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형임을 증명해 보자.



$\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$인 □ABCD에서 대각선 AC를 긋자.

△ABC와 △CDA에서

$\overline{AB} = \overline{CD}$ …… ①

$\overline{BC} = \overline{DA}$ …… ②

$\overline{AC}$는 공통 …… ③

이다. ①, ②, ③에서 △ABC≡△CDA (SSS 합동)이므로

$\angle BAC = \angle DCA$, $\angle BCA = \angle DAC$

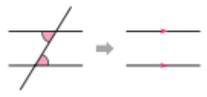
이다. 엇각의 크기가 각각 서로 같으므로 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이다.

즉, □ABCD는 평행사변형이다.

따라서 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.

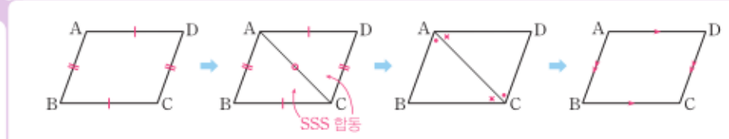
이전에 배운 내용

두 직선이 한 직선과 만날 때, 엇각의 크기가 서로 같으면 두 직선은 평행하다.



생각의 흐름





함께 증명하기 1 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.

$\angle A=\angle C$, $\angle B=\angle D$인 $\square ABCD$에서

$\overline{BA}$의 연장선 위에 점 E를 잡으면

$\angle DAB+\angle DAE=$ $\square$° …… ①

$\square ABCD$에서 $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=360°$

이고 $\angle A=\angle C$, $\angle B=\angle D$이므로

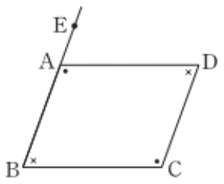
$\angle A+\angle B=$ $\square$° …… ②

①, ②에서 $\angle DAE=$ $\square$

동위각의 크기가 서로 같으므로 $\overline{AD}/\!/$ $\square$

마찬가지로 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 $\square ABCD$는 평행사변형이다.

따라서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.

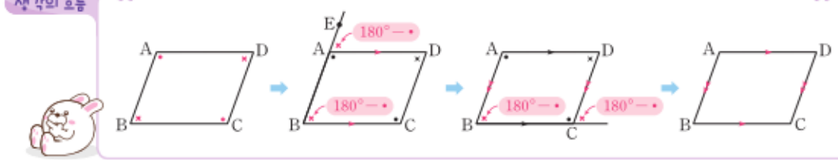


이전에 배운 내용

두 직선이 한 직선과 만날 때, 동위각의 크기가 서로 같으면 두 직선은 평행하다.



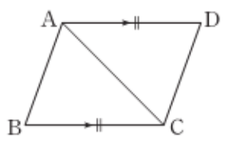
생각의 흐름



문제 1 오른쪽 $\square ABCD$에서 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$일 때, 다음을 증명하시오.

(1) $\triangle ABC\equiv\triangle CDA$

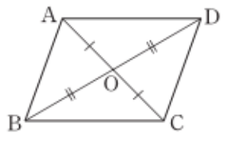
(2) $\square ABCD$는 평행사변형이다.



문제 2 오른쪽 $\square ABCD$에서 두 대각선의 교점이 O이고 $\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OB}=\overline{OD}$일 때, 다음을 증명하시오.

(1) $\triangle OAB\equiv\triangle OCD$

(2) $\square ABCD$는 평행사변형이다.



이상을 정리하면 다음과 같다.

평행사변형이 되는 조건

다음의 어느 한 조건을 만족시키는 사각형은 평행사변형이다.

❶ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

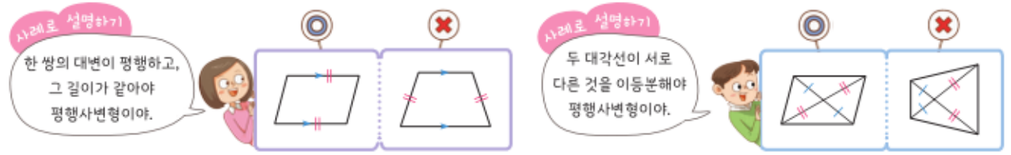
❷ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

❸ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

❹ 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같다.

❺ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

❶은 평행사변형의 뜻이다.



문제 3 다음 중 $\square ABCD$가 평행사변형인 것을 모두 찾고, 그 이유를 말하시오.

(단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)

(1) $\overline{AB}=6$ cm, $\overline{BC}=6$ cm, $\overline{CD}=5$ cm, $\overline{DA}=5$ cm

(2) $\angle A=105°$, $\angle B=75°$, $\angle C=105°$

(3) $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$, $\overline{AD}=12$ cm, $\overline{BC}=12$ cm

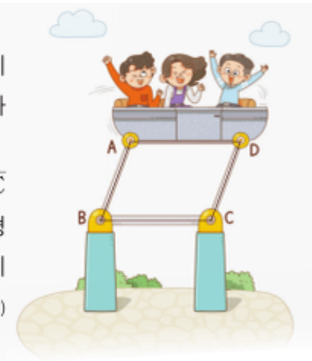
(4) $\overline{OA}=7$ cm, $\overline{OB}=4$ cm, $\overline{OC}=7$ cm, $\overline{OD}=4$ cm

수학 TALK

재미 보장, 안전 보장, 평행사변형!

오른쪽 그림과 같이 빙글빙글 돌아가는 놀이기구는 운행 중 항상 수평을 유지하기 때문에 탑승객들이 안전하게 이용할 수 있다. 그런데 이 놀이기구는 어떻게 높이가 변하여도 놀이기구의 바닥이 절대 기울어지지 않는 것일까?

그 비밀은 평행사변형이 되는 조건에 있다. 이 놀이기구를 지탱하고 있는 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$ 부분은 서로 평행하고, 그 길이가 같도록 설계되어 있어서 $\square ABCD$는 평행사변형이 된다. 따라서 이 놀이기구의 바닥은 수평한 $\overline{BC}$ 부분과 항상 평행하다. 이 놀이기구의 안전을 보장하는 원리는 바로 평행사변형이었던 것이다. (EBSMath, 2017년)



소단원 바로 확인하기

정답과 풀이 | 289쪽

개념 쏙 OX 퀴즈

(1) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다. ( )

(2) 두 대각선의 길이가 같은 사각형은 평행사변형이다. ( )

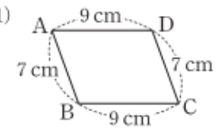
(3) 한 쌍의 대변의 길이가 같고, 한 쌍의 대변이 평행한 사각형은 평행사변형이다. ( )

1

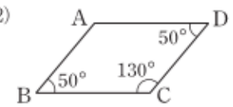
163쪽

다음 그림에서 □ABCD가 평행사변형인 이유를 말하시오. (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)

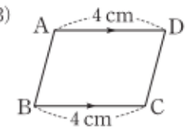
(1)



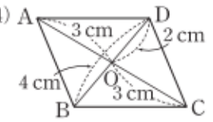
(2)



(3)



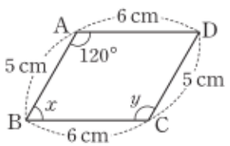
(4)



2

163쪽

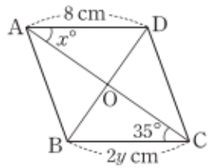
오른쪽 □ABCD에서 $\angle x$, $\angle y$의 크기를 각각 구하시오.



3

163쪽

오른쪽 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x, y의 값을 각각 구하시오. (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



4

163쪽

$\overline{AB}=\overline{DC}$인 □ABCD가 평행사변형이 되기 위해 필요한 조건을 다음 보기 중에서 모두 찾고, 그 이유를 말하시오.

보기

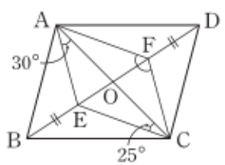
ㄱ. $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$　ㄴ. $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$　ㄷ. $\overline{AD}=\overline{BC}$

생각 쑥

163쪽

문제해결·추론

오른쪽 평행사변형 ABCD에서 점 O는 두 대각선의 교점이고, $\overline{BE}=\overline{DF}$일 때, $\angle AFC$의 크기를 구하시오.



6 여러 가지 사각형의 성질

● 여러 가지 사각형의 성질을 이해하고 정당화할 수 있다.

직사각형에는 어떤 성질이 있을까?

발견하기 관찰하여 확인하기

준비물: 자 또는 컴퍼스

스마트폰 화면의 크기는 대각선의 길이로 나타낸다. 오른쪽 직사각형 모양의 스마트폰 화면의 두 대각선의 길이가 같은지 확인해 보자. 또 우리 주변에서 직사각형 모양의 물건을 찾아 두 대각선의 길이를 비교해 보자.



이전에 배운 내용

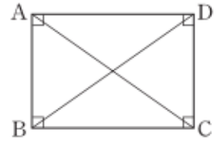
직사각형은 네 내각의 크기가 모두 같은 사각형이다.

직사각형은 네 내각의 크기가 모두 같으므로 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다. 따라서 직사각형은 평행사변형이고 평행사변형의 성질을 모두 만족시키므로 직사각형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

또 **발견하기**에서 직사각형의 두 대각선의 길이가 같음을 확인할 수 있다.

직사각형의 두 대각선의 길이가 같음을 증명해 보자.

직사각형 ABCD에서 두 대각선 AC, DB를 긋자.



△ABC와 △DCB에서

$\overline{AB}=\overline{DC}$ …… ①

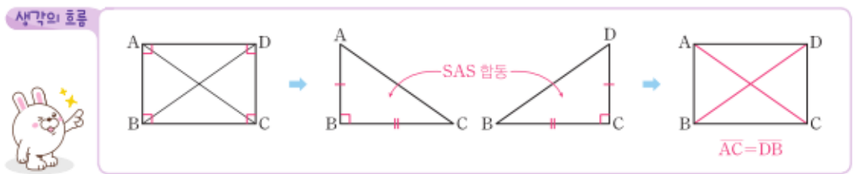
$\angle ABC=\angle DCB=90^\circ$ …… ②

$\overline{BC}$는 공통 …… ③

이다. ①, ②, ③에서 △ABC≡△DCB (SAS 합동)이므로 $\overline{AC}=\overline{DB}$이다.

따라서 직사각형의 두 대각선의 길이는 같다.

생각의 흐름



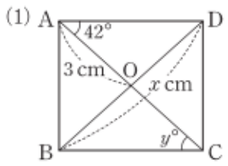
이상을 정리하면 다음과 같다.

직사각형의 성질

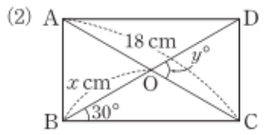
직사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 이등분한다.

문제 1 다음 직사각형 ABCD에서 두 대각선의 교점이 O일 때, x, y의 값을 각각 구하시오.

(1)



(2)



문제 2 □ABCD에서 두 대각선의 교점을 O라고 하자. 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 이등분할 때, 다음 물음에 답하시오.

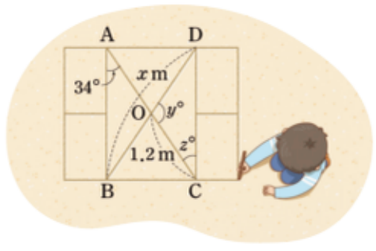
(1) 주어진 조건을 만족시키는 □ABCD를 오른쪽 모눈종이 위에 그려 보시오.

(2) △OAB, △OBC와 합동인 삼각형을 각각 찾고, □ABCD는 직사각형임을 설명하시오.



문제 3 다음 그림과 같은 사방치기 놀이판의 직사각형 ABCD에서 x, y, z의 값을 각각 구하시오.

사방치기는 바닥에 놀이판을 그려 놓고 돌을 던진 후, 그림의 첫 칸부터 마지막 칸까지 다녀오는 놀이이다.
(한국민속대백과사전, 2024년)



마름모에는 어떤 성질이 있을까?

발견하기

준비물: 각도기(314쪽 꾸러미 ⑩)

오른쪽 그림은 일정한 간격으로 핀이 박혀 있는 도형판에 고무줄을 걸어 마름모를 나타낸 것이다. 이 마름모의 두 대각선이 만나서 생기는 각의 크기를 구해 보자.



이전에 배운 내용
마름모는 네 변의 길이가 모두 같은 사각형이다.

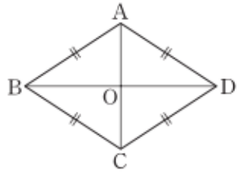
마름모는 네 변의 길이가 모두 같으므로 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

따라서 마름모는 평행사변형이고 평행사변형의 성질을 모두 만족시키므로 마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

또 **발견하기**에서 마름모의 두 대각선은 서로 수직임을 확인할 수 있다.

마름모의 두 대각선은 서로 수직임을 증명해 보자.

마름모 ABCD에서 두 대각선 AC, BD의 교점을 O라고 하자.



△ABO와 △ADO에서

$\overline{AB}=\overline{AD}$ …… ①

$\overline{BO}=\overline{DO}$ …… ②

$\overline{AO}$는 공통 …… ③

이다. ①, ②, ③에서 △ABO≡△ADO (SSS 합동)이므로

$\angle AOB=\angle AOD$

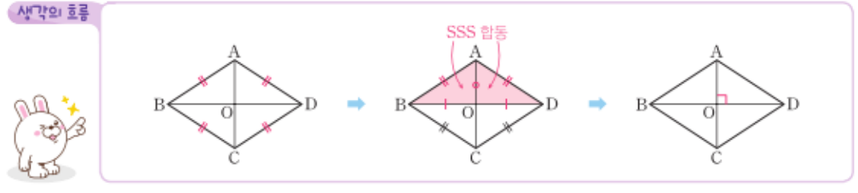
이다. 그런데 $\angle AOB+\angle AOD=180^\circ$에서 $\angle AOB=\angle AOD=90^\circ$이므로

$\overline{AC}\perp\overline{BD}$

이다.

따라서 마름모의 두 대각선은 서로 수직이다.

생각의 흐름



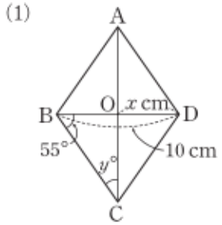
이상을 정리하면 다음과 같다.

마름모의 성질

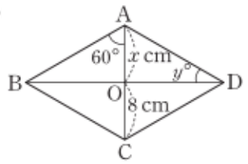
마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다.

문제 4 다음 마름모 ABCD에서 두 대각선의 교점이 O일 때, x, y의 값을 각각 구하시오.

(1)



(2)





문제 5 □ABCD에서 두 대각선의 교점을 O라고 하자. 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분할 때, 다음 물음에 답하시오.

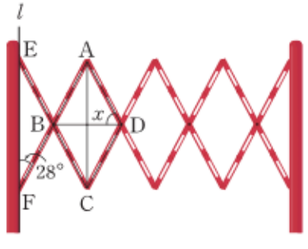
(1) 주어진 조건을 만족시키는 □ABCD를 오른쪽 모눈종이 위에 그려 보시오.

(2) △ABO와 합동인 삼각형을 모두 찾고, □ABCD는 마름모임을 설명하시오.



문제 6 오른쪽 그림과 같은 바리케이드에서 □ABCD는 마름모이고 $\overline{CB}$, $\overline{AB}$의 연장선과 직선 l의 교점을 각각 E, F라고 하자. $l /\!/ \overline{AC}$이고 $\angle EFB = 28°$일 때, $\angle x$의 크기를 구하시오.

바리케이드는 주로 도로, 행사장, 공사 현장 등에서 안전을 위해 통행을 제한하거나 안내하는 목적으로 사용되는 장치이다.



정사각형에는 어떤 성질이 있을까?

이전에 배운 내용

정사각형은 네 내각의 크기가 모두 같고, 네 변의 길이가 모두 같은 사각형이다.



정사각형은 네 내각의 크기가 모두 같으므로 직사각형이다. 즉, 정사각형은 직사각형의 성질을 모두 만족시키므로 두 대각선의 길이는 같다.

또 정사각형은 네 변의 길이가 모두 같으므로 마름모이다.

즉, 정사각형은 마름모의 성질을 모두 만족시키므로 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

정사각형의 성질

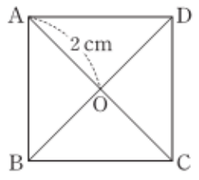
정사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분한다.

문제 7 오른쪽 정사각형 ABCD에서 두 대각선의 교점이 O이고, $\overline{OA} = 2$ cm일 때, 다음을 구하시오.

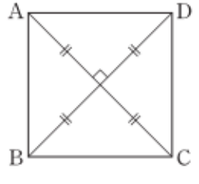
(1) $\overline{BD}$의 길이

(2) $\angle BAO$의 크기

(3) □ABCD의 넓이

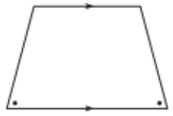


문제 8 오른쪽 □ABCD에서 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분한다. 이때 □ABCD가 정사각형임을 설명하시오.



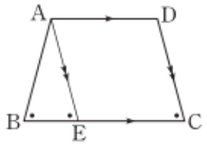
등변사다리꼴에는 어떤 성질이 있을까?

사다리꼴은 한 쌍의 대변이 평행한 사각형이다. 특히 아랫변의 양 끝 각의 크기가 같은 사다리꼴을 등변사다리꼴이라고 한다.



등변사다리꼴에서 평행하지 않은 한 쌍의 대변의 길이가 같음을 증명해 보자.

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$, $\angle B=\angle C$인 등변사다리꼴 ABCD에서 꼭짓점 A를 지나고 $\overline{DC}$에 평행한 직선을 그어 $\overline{BC}$와 만나는 점을 E라고 하자.



$\angle C=\angle AEB$ (동위각)이고 $\angle B=\angle C$이므로

$$\angle B=\angle AEB$$

이다. 따라서 $\triangle ABE$는 이등변삼각형이므로

$$\overline{AB}=\overline{AE} \quad \cdots\cdots ①$$

이다. 또 $\square AECD$는 평행사변형이므로

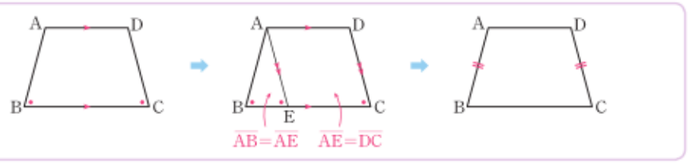
$$\overline{AE}=\overline{DC} \quad \cdots\cdots ②$$

이다. ①, ②에서 $\overline{AB}=\overline{DC}$이다.

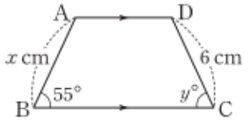
따라서 등변사다리꼴에서 평행하지 않은 한 쌍의 대변의 길이는 같다.

생각의 흐름

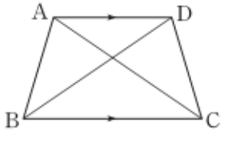




문제 9 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$인 등변사다리꼴 ABCD에서 $\overline{DC}=6$ cm, $\angle B=55°$일 때, x, y의 값을 각각 구하시오.



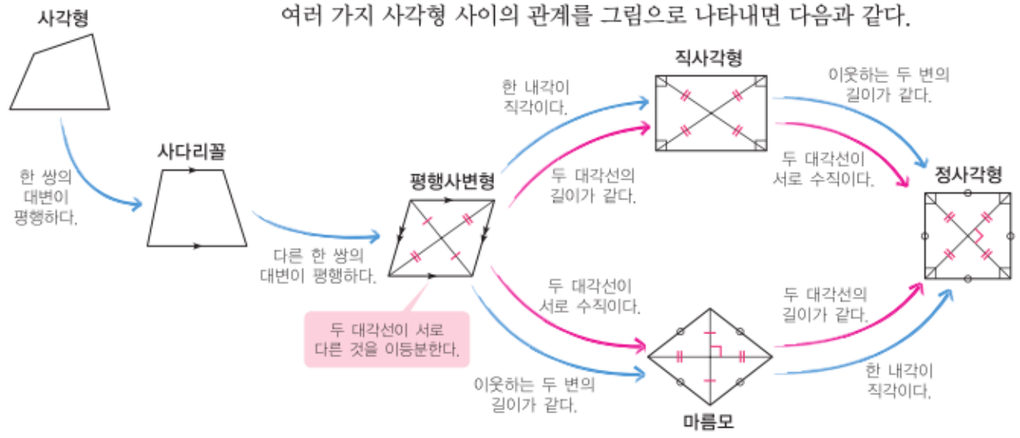
문제 10 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$인 등변사다리꼴 ABCD에서 두 대각선 AC, DB의 길이가 같음을 설명하시오.



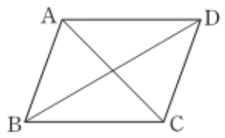
여러 가지 사각형 사이에는 어떤 관계가 있을까?

직사각형과 마름모는 평행사변형의 성질을 가지고 있고, 정사각형은 직사각형과 마름모의 성질을 동시에 가지고 있다.

여러 가지 사각형 사이의 관계를 그림으로 나타내면 다음과 같다.



문제 11 다음 조건을 만족시키는 평행사변형 ABCD는 어떤 사각형인지 말하시오.



(1) $\overline{AC}=\overline{BD}$ (2) $\overline{AC}\perp\overline{BD}$

(3) $\angle A=90°$, $\overline{AC}\perp\overline{BD}$

생각 KEY 우기

추론 · 의사소통

예나는 직접 그린 6개의 도형 카드를 다음과 같이 분류하였다. 예나가 도형 카드를 분류한 기준은 무엇일지 2가지 이상 말해 보자.



소단원

바로 확인하기

정답과 풀이 | 290쪽

개념 콕 OX 퀴즈

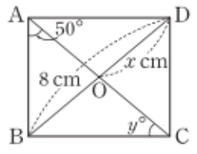
(1) 직사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분한다. ( )

(2) 평행사변형의 한 내각이 직각이면 마름모이다. ( )

(3) 두 대각선이 서로 수직인 직사각형은 정사각형이다. ( )

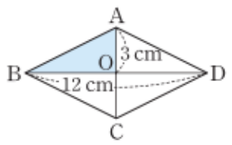
1 166쪽

오른쪽 직사각형 ABCD에서 두 대각선의 교점이 O이고 $\overline{BD}=8$ cm, $\angle OAB=50°$일 때, x, y의 값을 각각 구하시오.



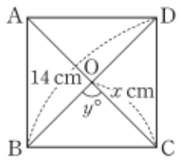
2 168쪽

오른쪽 마름모 ABCD에서 두 대각선의 교점이 O이고 $\overline{AO}=3$ cm, $\overline{BD}=12$ cm일 때, $\triangle AOB$의 넓이를 구하시오.



3 169쪽

오른쪽 정사각형 ABCD에서 두 대각선의 교점이 O이고 $\overline{BD}=14$ cm일 때, x, y의 값을 각각 구하시오.



4 171쪽

다음 조건을 모두 만족시키는 사각형의 이름을 말하시오.

(가) 평행사변형이다.
(나) 이웃하는 두 변의 길이가 같다.
(다) 두 대각선의 길이가 같다.

생각 쑥

169쪽

실생활과 연결·문제해결

원 모양의 풀밭 둘레의 네 지점을 꼭짓점으로 하는 정사각형 모양의 목장을 만들려고 한다. 풀밭의 넓이가 100π m^{2}일 때, 목장의 넓이를 구하시오.

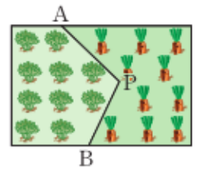


수학 역량 UP

연결 문제해결

다른 모양 같은 넓이

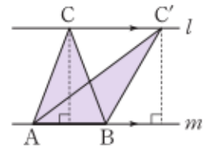
시율이와 지안이네 가족은 오른쪽 그림과 같은 직사각형 모양의 텃밭을 가꾸고 있다. 그런데 꺾인 텃밭의 경계선 때문에 불편함을 느껴 양쪽 땅의 넓이가 변하지 않도록 하면서 경계선을 기울어지지 않은 곧은 선으로 바꾸려고 한다.



활동 1 시율이가 아래 아이디어를 이용하여 꺾인 텃밭의 경계선을 곧은 선으로 만들려고 한다. 다음 방법을 완성해 보자.

아이디어

오른쪽 그림에서 두 직선 l, m이 서로 평행할 때, $\triangle ABC$와 $\triangle ABC'$은 밑변이 $\overline{AB}$로 같고 높이가 같으므로 그 넓이가 같다.



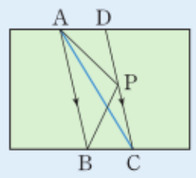
시율이의 방법

선분 AB를 그은 후 점 P를 지나고 선분 AB에 평행한 선분 DC를 그어.

$\triangle ABC$와 $\triangle ABP$는 _____

_____

따라서 경계선을 선분 AC로 바꾸면 곧은 선이 되면서 양쪽 땅의 넓이는 그대로야.



활동 2 지안이가 활동 1에서 시율이가 만든 기울어진 텃밭의 경계선 $\overline{AC}$를 기울어지지 않게 만들려고 한다. 다음 방법을 완성해 보자.

지안이의 방법

평행사변형 ABCD의 두 대각선의 교점을 O라 하고, 점 O를 지나고 선분 AD에 수직인 선분 EF를 그어.

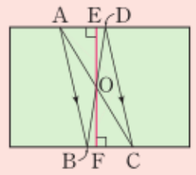
$\triangle AOE$와 $\triangle COF$에서 _____

_____

_____

_____

따라서 경계선을 선분 EF로 바꾸면 기울어지지 않은 곧은 선이 되면서 양쪽 땅의 넓이는 그대로야.





☐ 안에 알맞은 것을 써넣어 보세요.

이등변삼각형과 직각삼각형

이등변삼각형의 성질

① 두 밑각의 크기는 같다.



② 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.



직각삼각형의 합동 조건

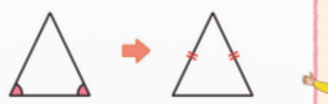
RHA 합동



① 합동



이등변삼각형이 되는 조건



두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이야.

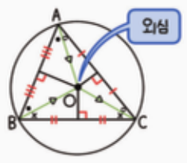




삼각형의 외심과 내심

삼각형의 외심





① 세 변의 ② 은 한 점에서 만난다.

② 삼각형의 외심에서 세 ③ 에 이르는 거리는 모두 같다.

삼각형의 내심





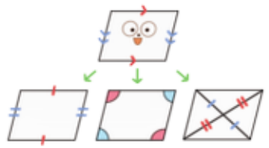
① 세 내각의 ④ 은 한 점에서 만난다.

② 삼각형의 내심에서 세 ⑤ 에 이르는 거리는 모두 같다.

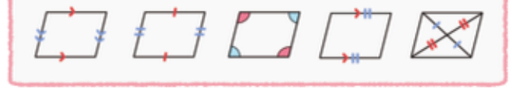
평행사변형

평행사변형의 성질

① 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.
② 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같다.
③ 두 대각선은 서로 다른 것을 ⑥ 한다.



평행사변형이 되는 조건



여러 가지 사각형

직사각형의 성질





직사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 이등분해.

마름모의 성질





마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분해.

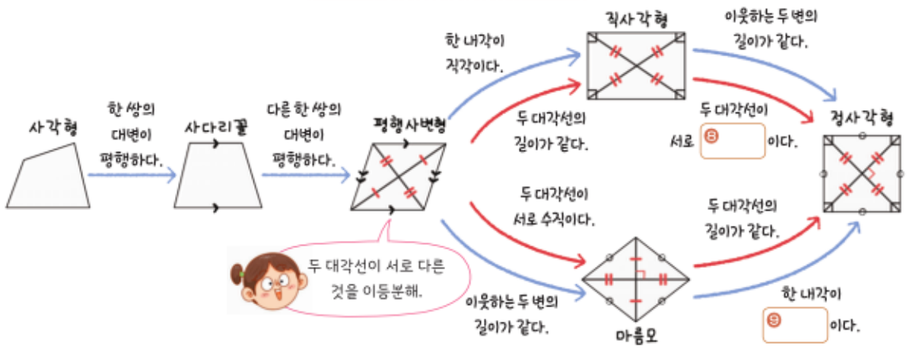
정사각형의 성질





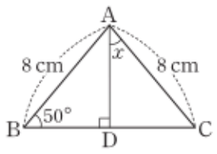
정사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 ⑦ 해.

여러 가지 사각형 사이의 관계



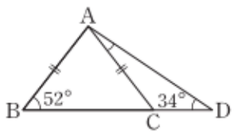
●○○ 141쪽 😊😐☹

01 오른쪽 △ABC에서 $\overline{AD}\perp\overline{BC}$일 때, $\angle x$의 크기를 구하시오.



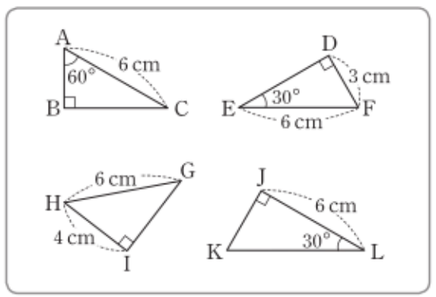
●●○ 141쪽 😊😐☹

02 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle B=52^\circ$이고 $\overline{BC}$의 연장선 위에 $\angle ADC=34^\circ$가 되도록 점 D를 잡을 때, $\angle CAD$의 크기를 구하시오.



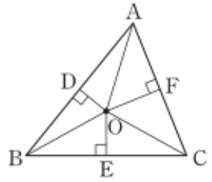
●○○ 145쪽 😊😐☹

03 다음 직각삼각형 중 서로 합동인 것을 찾아 기호 ≡를 사용하여 나타내고, 그때의 직각삼각형의 합동 조건을 말하시오.



●●○ 148쪽 😊😐☹

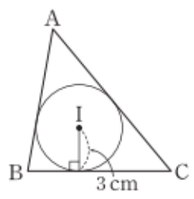
04 오른쪽 그림에서 점 O가 △ABC의 외심일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\angle OAD=\angle OBD$
② $\angle BOE=\angle COE$
③ $\overline{AD}=\overline{AF}$
④ $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$
⑤ $\triangle OAF\equiv\triangle OCF$

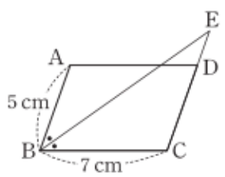
●●○ 153쪽 😊😐☹

05 오른쪽 △ABC에서 내접원 I의 반지름의 길이는 3 cm이고 △ABC의 넓이는 42 cm^2일 때, △ABC의 둘레의 길이를 구하시오.



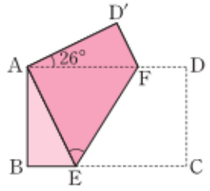
●●○ 159쪽 😊😐☹

06 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 ∠B의 이등분선과 $\overline{CD}$의 연장선의 교점을 E라고 할 때, $\overline{DE}$의 길이를 구하시오.



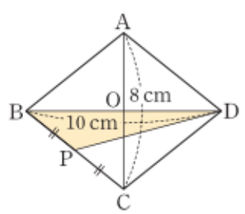
●●○ 166쪽 😊😐☹

07 오른쪽 직사각형 모양의 종이 ABCD를 꼭짓점 C가 꼭짓점 A에 오도록 접었다. $\angle D'AF=26^\circ$일 때, $\angle AEF$의 크기를 구하시오.



●●○ 168쪽 😊😐☹

08 다음 마름모 ABCD에서 점 P는 $\overline{BC}$의 중점이고, $\overline{AC}=8$ cm, $\overline{BD}=10$ cm일 때, △BPD의 넓이를 구하시오.



●○○ 171쪽 😊😐☹

09 다음 보기 중 두 대각선의 길이가 같은 사각형을 모두 고르시오.

보기

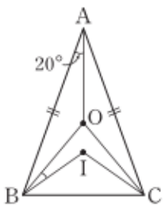
ㄱ. 사다리꼴　　ㄴ. 평행사변형
ㄷ. 직사각형　　ㄹ. 마름모
ㅁ. 정사각형

서술형

다음 문제의 풀이 과정을 자세히 서술하시오.

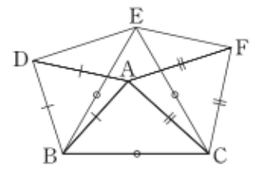
●●○ 141, 148, 153쪽 😊😐☹

10 오른쪽 그림에서 두 점 O, I는 각각 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC의 외심과 내심이다. $\angle OAB=20^\circ$일 때, $\angle OBI$의 크기를 구하시오.



●●● 163쪽 😊😐☹

11 다음 그림에서 △ABD, △BCE, △ACF가 △ABC의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정삼각형일 때, □EDAF는 평행사변형임을 설명하시오.



스스로 체크

대단원 내용을 다시 점검하려면 트레이닝 북 260~262쪽을 활용하세요.

흥미도	집중도	참여도	성취도
😊😐☹	😊😐☹	😊😐☹	😊😐☹

함께 다 창의 프로젝트

문제해결 의사소통

지식이 빛나는 보석 맵

마름모 모양의 보석처럼 생긴 보석 맵에 다음 활동을 하며 삼각형과 사각형의 성질을 정리해 보자.

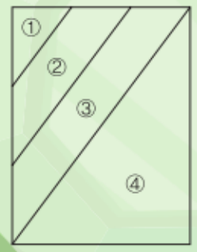
준비물: 313쪽 꾸러미 ⑪, 연필, 색연필

1 4명의 모둠원이 다음 제시어 중에서 각자 정리할 서로 다른 제시어를 하나씩 선택한다.

제시어

이등변삼각형, 직각삼각형, 삼각형의 외심, 삼각형의 내심, 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형, 등변사다리꼴

2 모둠원 4명 중에서 2명은 꾸러미 ⑪을 선택하고, 나머지 2명은 꾸러미 ⑪의 뒷부분을 선택한다. 다음과 같이 각 부분에 알맞은 내용을 써넣고 꾸며서 우리 모둠의 보석 맵을 완성한다.



① 선택된 제시어
② 제시어에 대한 설명
③ 제시어와 관련된 문제 만들기
④ 문제 풀이

3 보석 맵의 내용이 모두 알맞게 쓰였는지 모둠원 전체가 협력하여 검토한다.



함께 과제 모둠에서 만든 문제의 풀이가 보이지 않도록 풀이 부분을 뒤로 접어서 학급에 게시한 후, 다른 모둠의 보석 맵의 내용을 확인하고 문제를 풀어 보자.



동료 평가

- 제시어에 대한 설명을 잘 정리하였는가? ☐
- 제시어와 관련된 문제를 만들고 풀이를 정확하게 썼는가? ☐
- 모둠별 활동에 적극적으로 참여하고 민주적으로 협의하였는가? ☐

수학 STORY

축구는 땅따먹기 게임

축구는 공을 지배하는 스포츠라고 생각할 수 있지만 실제로 축구 전술은 공간을 지배하고 창출하는 데 중점을 둔다. 축구장이라는 평면은 각 선수의 영역으로 나뉘며, 이 영역을 넓혀 공을 패스하고 득점하는 것이 전술의 핵심이다. 이때 각 선수들의 영역 분할은 보로노이 다이어그램을 이용하여 나타낼 수 있다.



오른쪽 그림과 같이 평면 위에 여러 개의 점이 있을 때, 가까운 두 점을 이은 선분의 수직이등분선을 그리면 평면은 수직이등분선에 의하여 여러 개의 다각형으로 나누어진다.

이렇게 그려진 그림을 보로노이 다이어그램이라고 한다.

각 선수를 하나의 점으로 생각할 때, 선수들의 움직임에 따라 매 순간 변화하는 보로노이 다이어그램을 보고 있으면 축구는 마치 땅따먹기 게임처럼 느껴진다.

(Taki, T., "Development of motion analysis system for quantitative evaluation of teamwork in soccer games")

