V

도형의 닮음과 피타고라스 정리

1 도형의 닮음
2 삼각형의 닮음 조건
3 평행선 사이의 선분의 길이의 비
4 삼각형의 무게중심
5 피타고라스 정리





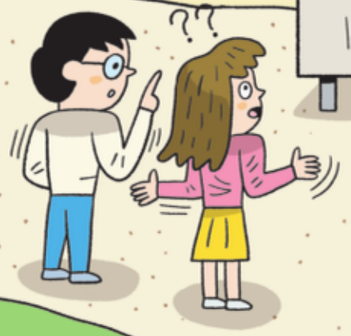












배운 내용 확인하기



정답과 풀이 292쪽

비례식 | 초 5~6

$a:b=c:d$일 때
$ad=bc$

1 다음 비례식에서 x의 값을 구하시오.

(1) $4:3=x:9$ (2) $5:2=10:x$

합동 | 중 1

어떤 한 도형을 다른 도형에 포개었을 때, 완전히 겹쳐지는 두 도형을 서로 합동이라고 한다.

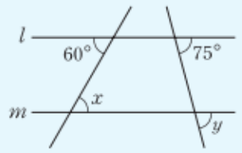
2 아래 그림에서 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$일 때, 다음을 구하시오.

(1) $\overline{DE}$의 길이 (2) $\angle F$의 크기 (3) $\angle B$의 크기

평행선의 성질 | 중 1

평행한 두 직선이 한 직선과 만날 때
① 동위각의 크기는 서로 같다.
② 엇각의 크기는 서로 같다.

3 오른쪽 그림에서 $l /\!/ m$일 때, $\angle x$, $\angle y$의 크기를 각각 구하시오.



식의 값 | 중 1

4 $a=3$, $b=4$, $c=5$일 때, 다음 식의 값을 구하시오.

(1) a^2+b^2 (2) c^2-b^2

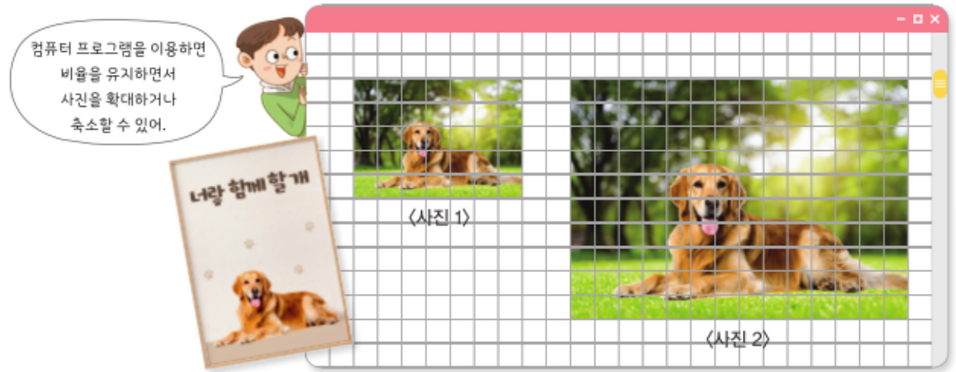
1 도형의 닮음

● 도형의 닮음의 뜻과 닮은 도형의 성질을 이해하고, 닮음비를 구할 수 있다.

도형의 닮음은 무엇일까?

발견하기

수영이는 유기견 입양 캠페인에 출품할 포스터를 제작하려고 한다. 다음 〈사진 2〉는 컴퓨터 프로그램을 이용하여 〈사진 1〉의 가로와 세로의 길이를 각각 2배로 확대한 것이다. 〈사진 1〉과 〈사진 2〉의 모양과 크기를 각각 비교해 보자.



발견하기에서 〈사진 1〉의 가로와 세로의 길이를 각각 2배로 확대하면 〈사진 2〉와 합동이고, 〈사진 2〉의 가로와 세로의 길이를 각각 $\frac{1}{2}$로 축소하면 〈사진 1〉과 합동이다.

이와 같이 한 도형을 일정한 비율로 확대 또는 축소한 도형이 다른 도형과 합동일 때, 이 두 도형은 서로 **닮음**인 관계에 있다고 한다.

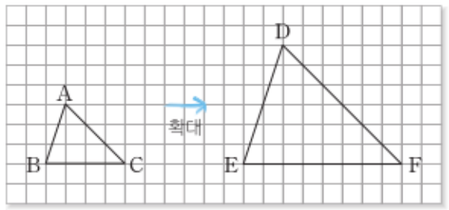
또 서로 닮음인 관계에 있는 두 도형을 서로 닮은 도형이라고 한다.

서로 닮은 도형은 크기와 상관없이 모양이 서로 같은 도형이다.

문제 1 다음 중 항상 서로 닮은 도형인 것을 모두 고르시오.

두 정삼각형, 두 이등변삼각형, 두 직사각형, 두 원

다음 그림에서 $\triangle DEF$는 $\triangle ABC$를 2배로 확대한 것이므로 두 삼각형 ABC와 DEF는 서로 닮은 도형이다.



이때 서로 닮은 두 삼각형 ABC와 DEF에서

점 A와 점 D, 점 B와 점 E, 점 C와 점 F는 각각 대응하는 꼭짓점,

$\overline{AB}$와 $\overline{DE}$, $\overline{BC}$와 $\overline{EF}$, $\overline{AC}$와 $\overline{DF}$는 각각 대응하는 변,

$\angle A$와 $\angle D$, $\angle B$와 $\angle E$, $\angle C$와 $\angle F$는 각각 대응하는 각

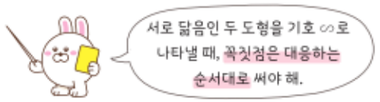
이다.

기호 ∽는 라틴어 Similis (영어 similar)의 첫 글자 S를 옆으로 눕힌 모양이다.

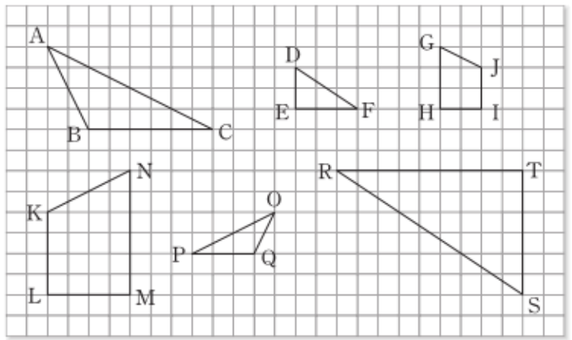
두 삼각형 ABC와 DEF가 서로 닮은 도형일 때, 이것을 기호로

$\triangle ABC \backsim \triangle DEF$

와 같이 나타낸다.



문제 2 다음 그림에서 서로 닮은 도형을 모두 찾아 기호 ∽를 사용하여 나타내시오.



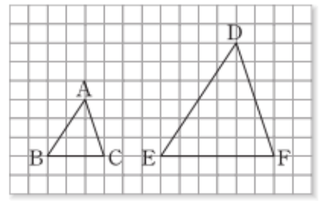
닮은 도형에는 어떤 성질이 있을까?

평면도형에서 서로 닮은 도형의 성질을 알아보자.

오른쪽 그림의 서로 닮은 두 삼각형 ABC와 DEF에서 대응하는 변의 길이의 비는

$\overline{AB} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{EF} = \overline{AC} : \overline{DF} = 1 : 2$

와 같이 일정하다. 이때 서로 닮은 두 도형에서 대응하는 변의 길이의 비를 두 도형의 **닮음비**라고 한다. 예를 들어 $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$의 닮음비는 1 : 2이다.



호기심 뽐뿜
서로 합동인 두 도형의 닮음비는 어떻게 되나요?

또 두 삼각형에서 대응하는 각의 크기를 각각 비교하면 다음을 알 수 있다.

$\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$

일반적으로 서로 닮은 평면도형에는 다음과 같은 성질이 있다.

평면도형에서 닮음의 성질

서로 닮은 두 평면도형에서

❶ 대응하는 변의 길이의 비는 일정하다.

❷ 대응하는 각의 크기는 각각 같다.

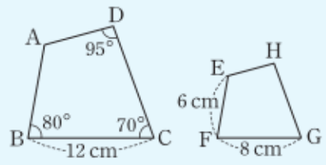
두 원은 항상 서로 닮은 도형이고, 닮음비는 두 원의 반지름의 길이의 비와 같다.

함께 풀기 1 오른쪽 그림에서 □ABCD∽□EFGH일 때, 다음을 구하시오.

(1) □ABCD와 □EFGH의 닮음비

(2) $\overline{AB}$의 길이

(3) $\angle E$의 크기



닮음비는 가장 간단한 자연수의 비로 나타내.

(1) $\overline{BC}$에 대응하는 변은 $\overline{FG}$이므로 닮음비는 $\overline{BC} : \overline{FG} = 12 : \square = 3 : \square$

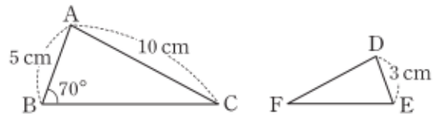
(2) $\overline{AB}$에 대응하는 변은 $\overline{EF}$이고, 닮음비가 $3 : \square$이므로

$\overline{AB} : 6 = 3 : \square$, $\overline{AB} = \square$ (cm)

(3) $\angle E$에 대응하는 각은 $\angle A$이므로

$\angle E = \angle A = 360^\circ - (80^\circ + 70^\circ + 95^\circ) = \square^\circ$

문제 3 아래 그림에서 △ABC∽△DEF일 때, 다음을 구하시오.



(1) △ABC와 △DEF의 닮음비

(2) $\overline{DF}$의 길이

(3) ∠E의 크기


러시아 전통 인형 '마트료시카'

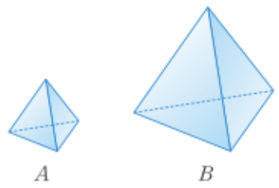
평면도형에서와 마찬가지로 입체도형에서도 닮음을 생각할 수 있다.

한 입체도형을 일정한 비율로 확대 또는 축소한 도형이 다른 입체도형과 모양과 크기가 같을 때, 이 두 입체도형은 서로 닮음인 관계에 있다고 한다.

또 서로 닮음인 관계에 있는 두 입체도형을 서로 닮은 도형이라고 한다.

오른쪽 그림에서 사면체 B는 사면체 A의 각 모서리의 길이를 2배로 확대한 것이다.

따라서 두 사면체 A와 B는 서로 닮은 도형이고, 대응하는 모서리의 길이의 비는 1 : 2로 일정하다.



서로 닮은 두 입체도형에서 대응하는 모서리의 길이의 비를 닮음비라고 한다. 예를 들어 두 사면체 A와 B의 닮음비는 1 : 2이다.

또 서로 닮은 입체도형에서 대응하는 두 면은 서로 닮은 도형이다.

일반적으로 서로 닮은 입체도형에는 다음과 같은 성질이 있다.

입체도형에서 닮음의 성질

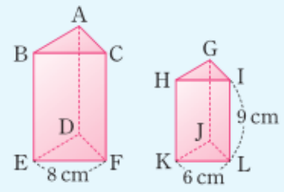
서로 닮은 두 입체도형에서

❶ 대응하는 모서리의 길이의 비는 일정하다.

❷ 대응하는 면은 서로 닮은 도형이다.

두 구는 항상 서로 닮은 도형이고, 닮음비는 두 구의 반지름의 길이의 비와 같다.

함께 풀기 2 오른쪽 그림에서 두 삼각기둥은 서로 닮은 도형이고 △ABC와 △GHI가 서로 대응하는 면일 때, 다음을 구하시오.



(1) 면 BEFC에 대응하는 면

(2) 두 삼각기둥의 닮음비

(3) $\overline{CF}$의 길이

(1) 면 BEFC에 대응하는 면은 [ ]이다.

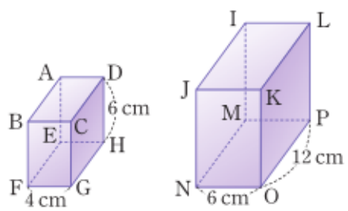
(2) $\overline{EF}$에 대응하는 모서리는 $\overline{KL}$이므로 닮음비는

$\overline{EF} : \overline{KL} = 8 : \square = 4 : \square$

(3) $\overline{CF}$에 대응하는 모서리는 $\overline{IL}$이고, 닮음비가 4 : □이므로

$\overline{CF} : 9 = 4 : \square$, $\overline{CF} = \square$ (cm)

문제 4 오른쪽 그림에서 두 직육면체는 서로 닮은 도형이고, □ABCD와 □IJKL이 서로 대응하는 면일 때, 다음을 구하시오.



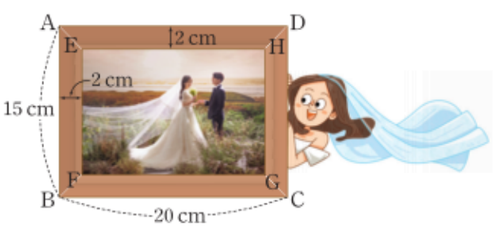
(1) 면 BFGC에 대응하는 면

(2) 두 직육면체의 닮음비

(3) $\overline{GH}$, $\overline{LP}$의 길이

생각 KEY 우기 추론 · 의사소통

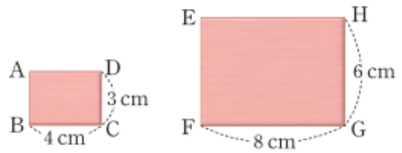
오른쪽 그림과 같이 가로와 세로의 길이가 각각 20 cm, 15 cm인 직사각형 모양의 액자가 있다. 이 액자의 테두리의 폭이 2 cm로 일정할 때, □ABCD와 □EFGH가 서로 닮은 도형인지 판단하고, 그 이유를 설명해 보자.



닮음비와 넓이의 비, 부피의 비 사이에는 어떤 관계가 있을까?

서로 닮은 도형에서 닮음비와 넓이의 비 사이에는 어떤 관계가 있는지 알아보자.

다음 두 직사각형 모양의 타일은 서로 닮은 도형이고 닮음비는 1 : 2이다.



이때 두 직사각형 모양의 타일의 넓이는 각각

$4\times3=12\ (\text{cm}^2),\ 8\times6=48\ (\text{cm}^2)$

이므로 두 직사각형 모양의 타일의 넓이의 비는

$\square ABCD : \square EFGH=12 : 48=1 : 4=1^2 : 2^2$

이다. 즉, 닮음비가 1 : 2인 두 직사각형 모양의 타일의 넓이의 비는 $1^2 : 2^2$임을 알 수 있다.

일반적으로 서로 닮은 두 평면도형에서 다음이 성립한다.

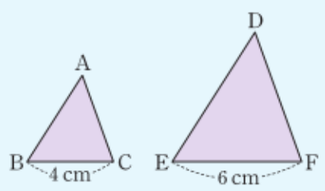
닮은 평면도형의 넓이의 비

서로 닮은 두 평면도형의 닮음비가 $m : n$이면 넓이의 비는 $m^2 : n^2$이다.

함께 풀기 3 오른쪽 그림에서 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$일 때, 다음을 구하시오.

(1) $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$의 넓이의 비

(2) $\triangle ABC$의 넓이가 8 cm^2일 때, $\triangle DEF$의 넓이

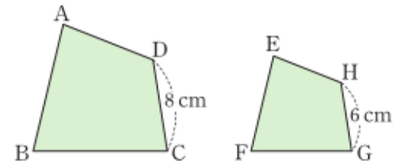


(1) $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$의 닮음비가 $4 : 6=2 : \square$이므로 넓이의 비는 $2^2 : \square^2=4 : \square$

(2) $\triangle DEF$의 넓이를 x cm^2라고 하면 $8 : x=4 : \square$, $x=\square$

따라서 $\triangle DEF$의 넓이는 $\square$ cm^2이다.

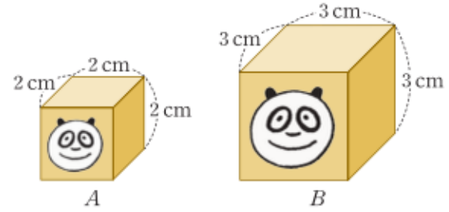
문제 5 다음 그림에서 $\square ABCD \backsim \square EFGH$이고 $\overline{CD}=8$ cm, $\overline{GH}=6$ cm이다. $\square ABCD$의 넓이가 96 cm^2일 때, $\square EFGH$의 넓이를 구하시오.





서로 닮은 도형에서 닮음비와 부피의 비 사이에는 어떤 관계가 있는지 알아보자.

다음 두 정육면체 모양의 상자 A와 B는 서로 닮은 도형이고, 닮음비는 2 : 3이다.



이때 두 정육면체 모양의 상자 A와 B의 부피는 각각

$2\times2\times2=8\ (\text{cm}^3),\ 3\times3\times3=27\ (\text{cm}^3)$

이므로 두 정육면체 모양의 상자 A와 B의 부피의 비는

$8 : 27=2^3 : 3^3$

이다. 즉, 닮음비가 2 : 3인 두 정육면체 모양의 상자 A와 B의 부피의 비는 $2^3 : 3^3$임을 알 수 있다.

일반적으로 서로 닮은 두 입체도형에서 다음이 성립한다.

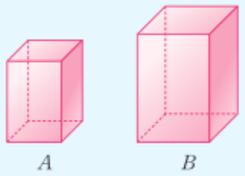
닮은 입체도형의 부피의 비

서로 닮은 두 입체도형의 닮음비가 $m : n$이면 부피의 비는 $m^3 : n^3$이다.

함께 풀기 4 오른쪽 그림에서 서로 닮은 두 직육면체 A와 B의 닮음비가 3 : 4일 때, 다음을 구하시오.

(1) 두 직육면체 A와 B의 부피의 비

(2) 직육면체 A의 부피가 54 cm^3일 때, 직육면체 B의 부피



(1) 두 직육면체 A와 B의 닮음비가 3 : 4이므로 부피의 비는

$3^3 : 4^3 = \square : \square$

(2) 직육면체 B의 부피를 x cm^3라고 하면

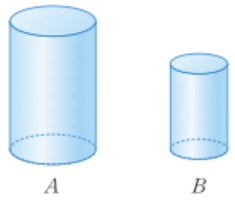
$54 : x = \square : \square$, $x = \square$

따라서 직육면체 B의 부피는 $\square$ cm^3이다.

문제 6 오른쪽 그림에서 서로 닮은 두 원기둥 A와 B의 닮음비가 3 : 2일 때, 다음을 구하시오.

(1) 두 원기둥 A와 B의 부피의 비

(2) 원기둥 B의 부피가 24π cm^3일 때, 원기둥 A의 부피



생각 KEY 우기

실생활과 연결 · 문제해결

어느 회사에서 대용량 요구르트를 출시하였는데 일반 요구르트와 대용량 요구르트는 닮음비가 1 : 3인 서로 닮은 도형이다. 일반 요구르트 15개 묶음과 대용량 요구르트 1개의 가격이 같다고 할 때, 둘 중 어느 것을 사는 것이 양이 더 많은지 이야기해 보자.



소단원 바로 확인하기

정답과 풀이 | 292쪽

개념 콕 OX 퀴즈

(1) △ABC∽△DEF일 때, $\overline{AC}$에 대응하는 변은 $\overline{DF}$이다. ( )

(2) 두 정육면체는 항상 서로 닮은 도형이다. ( )

(3) 두 평면도형의 닮음비가 3 : 2일 때, 넓이의 비는 27 : 8이다. ( )

1 185쪽

아래 그림에서 □ABCD∽□EFGH일 때, 다음을 구하시오.

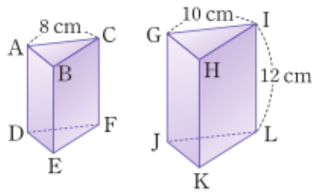
(1) □ABCD와 □EFGH의 닮음비

(2) $\overline{GH}$의 길이

(3) ∠F의 크기

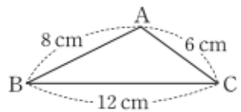
2 186쪽

다음 그림에서 두 삼각기둥은 서로 닮은 도형이고 △ABC와 △GHI가 서로 대응하는 면일 때, $\overline{AD}$의 길이를 구하시오.



3 185쪽

오른쪽 그림의 △ABC와 서로 닮은 도형이고 가장 짧은 변의 길이가 15 cm인 △DEF가 있을 때, △DEF의 둘레의 길이를 구하시오.



4 188쪽

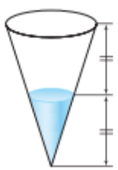
어느 업체의 현수막 제작 비용은 현수막의 넓이에 정비례한다고 한다. 가로의 길이가 3 m, 세로의 길이가 2 m인 직사각형 모양의 현수막 제작 비용이 15000원일 때, 가로의 길이와 세로의 길이가 각각 2배인 직사각형 모양의 현수막 제작 비용을 구하시오.

생각 쑥

189쪽

실생활과 연결 · 문제해결

윤아는 오른쪽 그림과 같은 원뿔 모양의 그릇에 물을 가득 채우려고 한다. 현재 전체 높이의 $\frac{1}{2}$까지 물을 채웠다고 할 때, 현재까지 채운 물의 양과 앞으로 채워야 할 물의 양의 비를 구하시오.



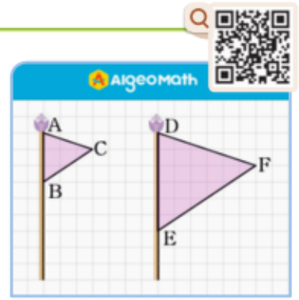
2 삼각형의 닮음 조건

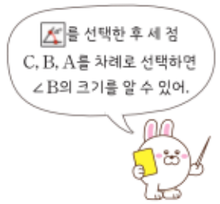
● 삼각형의 닮음 조건을 이해하고, 이를 이용하여 두 삼각형이 닮음인지 판별할 수 있다.

삼각형의 닮음 조건은 무엇일까?

발견하기

오른쪽은 체육대회에 사용할 응원 깃발을 만들기 위해 알지오매스를 이용하여 △ABC를 그린 후, $\angle A=\angle D$, $\overline{AB}:\overline{DE}=1:2$, $\overline{AC}:\overline{DF}=1:2$가 되도록 △DEF를 그린 것이다.





1 $\overline{BC}:\overline{EF}$를 구해 보자.

2 알지오매스에서 를 선택하여 $\angle B=\angle E$, $\angle C=\angle F$임을 각각 확인해 보자.

3 △ABC와 △DEF가 서로 닮은 도형인지 말해 보자.

발견하기의 △ABC와 △DEF에서

$\overline{AB}:\overline{DE}=\overline{BC}:\overline{EF}=\overline{AC}:\overline{DF}=1:2$

$\angle A=\angle D$, $\angle B=\angle E$, $\angle C=\angle F$

임을 알 수 있다.

따라서 △ABC를 2배로 확대하면 △DEF와 합동이므로 △ABC와 △DEF는 서로 닮은 도형이다.

일반적으로 두 삼각형에서 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 일정하고, 세 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같으면 두 삼각형은 서로 닮은 도형이다.

그런데 이 조건 중에서 일부만 성립하여도 두 삼각형이 서로 닮은 도형임을 확인할 수 있다.



△ABC와 △DEF가 서로 닮은 도형이 되는 조건을 알아보자.

1 대응하는 세 쌍의 변의 길이의 비가 같을 때

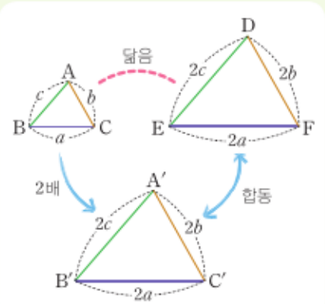
$\overline{AB}:\overline{DE}=\overline{BC}:\overline{EF}=\overline{AC}:\overline{DF}=1:2$

라고 하자.

△ABC를 2배로 확대한 도형을 △A′B′C′이라고 하면 △A′B′C′은 △DEF와 대응하는 세 변의 길이가 각각 같으므로

△A′B′C′≡△DEF (SSS 합동)

이다. 따라서 △ABC∽△DEF이다.



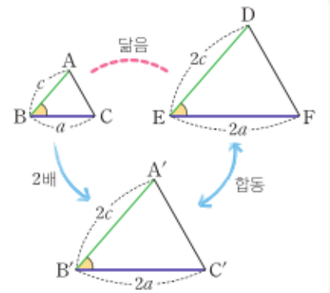
2 대응하는 두 쌍의 변의 길이의 비가 같고 그 끼인각의 크기가 같을 때

$\overline{AB}:\overline{DE}=\overline{BC}:\overline{EF}=1:2$, $\angle B=\angle E$라고 하자.

△ABC를 2배로 확대한 도형을 △A′B′C′이라고 하면 △A′B′C′은 △DEF와 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고 그 끼인각의 크기가 같으므로

△A′B′C′≡△DEF (SAS 합동)

이다. 따라서 △ABC∽△DEF이다.



3 대응하는 두 쌍의 각의 크기가 각각 같을 때

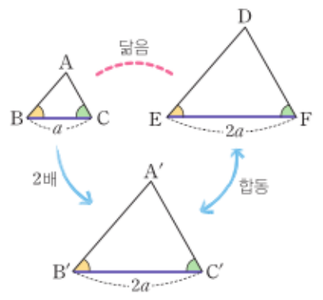
$\angle B=\angle E$, $\angle C=\angle F$,

$\overline{BC}:\overline{EF}=1:2$라고 하자.

△ABC를 2배로 확대한 도형을 △A′B′C′이라고 하면 △A′B′C′은 △DEF와 대응하는 한 변의 길이가 같고 그 양 끝 각의 크기가 각각 같으므로

△A′B′C′≡△DEF (ASA 합동)

이다. 따라서 △ABC∽△DEF이다.



3에서 대응하는 두 쌍의 각의 크기가 각각 같으면 대응하는 나머지 한 쌍의 각의 크기도 같으므로 변의 길이와 상관없이 두 삼각형은 서로 닮은 도형이다.

일반적으로 두 삼각형이 다음 세 조건 중 하나를 만족시킬 때, 두 삼각형은 서로 닮은 도형이다. 이것을 **삼각형의 닮음 조건**이라고 한다.

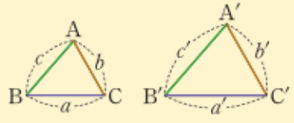
삼각형의 닮음 조건에서
❶을 SSS 닮음,
❷를 SAS 닮음,
❸을 AA 닮음
이라고 한다.

삼각형의 닮음 조건

두 삼각형은 다음의 각 경우에 서로 닮음이다.

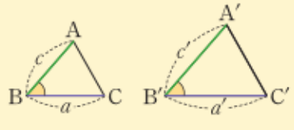
❶ 대응하는 세 쌍의 변의 길이의 비가 같을 때

$a : a' = b : b' = c : c'$



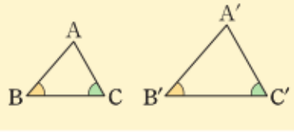
❷ 대응하는 두 쌍의 변의 길이의 비가 같고 그 끼인각의 크기가 같을 때

$a : a' = c : c'$, $\angle B = \angle B'$

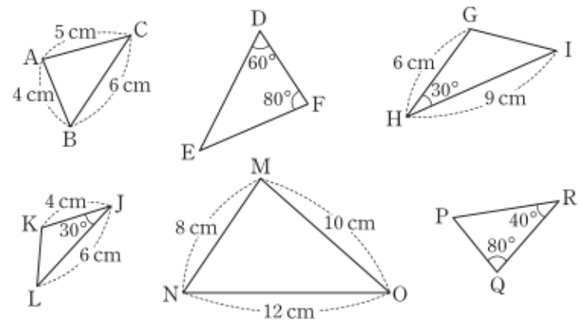


❸ 대응하는 두 쌍의 각의 크기가 각각 같을 때

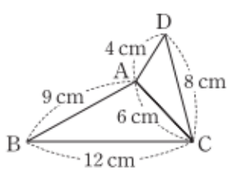
$\angle B = \angle B'$, $\angle C = \angle C'$



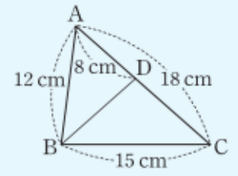
문제 1 다음 삼각형 중 서로 닮은 삼각형을 모두 찾아 기호 $\backsim$를 사용하여 나타내고, 그때의 닮음 조건을 말하시오.



문제 2 오른쪽 그림에서 $\triangle ABC$와 닮은 삼각형을 찾아 기호 $\backsim$를 사용하여 나타내고, 그때의 닮음 조건을 말하시오.



함께 풀기 1 오른쪽 그림에서 $\overline{AB}=12$ cm, $\overline{AC}=18$ cm, $\overline{AD}=8$ cm, $\overline{BC}=15$ cm일 때, $\overline{BD}$의 길이를 구하시오.



$\triangle ABC$와 $\triangle ADB$에서

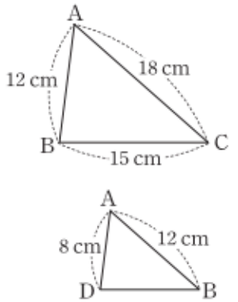
$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AB} = 3 : \square$, $\angle A$는 공통

따라서 대응하는 두 쌍의 변의 길이의 비가 같고 그 끼인각의 크기가 같으므로

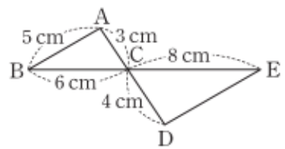
$\triangle ABC \backsim \square$ (SAS 닮음이야.)

이때 $\overline{CB} : \overline{BD} = \overline{AB} : \overline{AD}$이므로

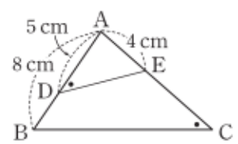
$15 : \overline{BD} = 3 : 2$, $\overline{BD} = \square$ (cm)



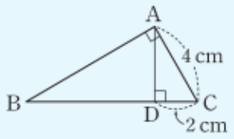
문제 3 오른쪽 그림에서 점 C는 $\overline{AD}$와 $\overline{BE}$의 교점일 때, $\overline{DE}$의 길이를 구하시오.



문제 4 오른쪽 그림에서 $\angle ADE = \angle ACB$일 때, $\overline{AC}$의 길이를 구하시오.



함께 풀기 2 오른쪽 그림과 같이 $\angle A=90^\circ$인 직각삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 빗변 BC에 내린 수선의 발을 D라고 하자. $\overline{AC}=4$ cm, $\overline{DC}=2$ cm일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하시오.



△ABC와 △DAC에서

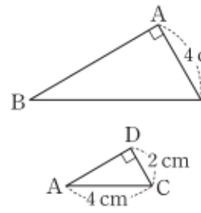
$\angle BAC=\angle ADC$, $\angle C$는 공통

따라서 대응하는 두 쌍의 각의 크기가 각각 같으므로

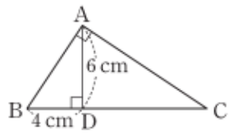
△ABC∽□ (AA 닮음이야.)

이때 $\overline{BC}:\overline{AC}=\overline{AC}:$ □이므로

$\overline{BC}:4=4:2$, $\overline{BC}=$ □ (cm)



문제 5 오른쪽 그림과 같이 $\angle A=90^\circ$인 직각삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 빗변 BC에 내린 수선의 발을 D라고 하자. $\overline{AD}=6$ cm, $\overline{BD}=4$ cm일 때, $\overline{CD}$의 길이를 구하시오.



생각 KEY 우기

추론 · 의사소통

삼각형의 합동 조건과 닮음 조건을 비교하며 나눈 다음 대화를 읽고 지안이와 연우가 말한 것 이외의 차이점을 찾아 이야기해 보자.



소단원 바로 확인하기

정답과 풀이 | 293쪽

개념 콕 OX 퀴즈

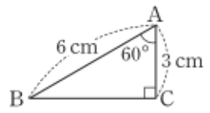
(1) 대응하는 세 쌍의 변의 길이의 비가 같은 두 삼각형은 서로 닮은 도형이다. ( )

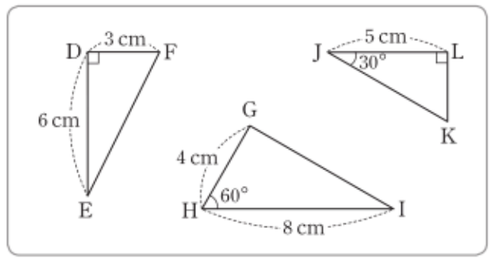
(2) 대응하는 두 쌍의 변의 길이의 비가 같고, 한 쌍의 각의 크기가 같은 두 삼각형은 서로 닮은 도형이다. ( )

(3) 대응하는 두 쌍의 각의 크기만 각각 같아도 두 삼각형은 서로 닮은 도형이다. ( )

1 194쪽

다음 중 오른쪽 △ABC와 닮은 삼각형을 모두 찾아 기호 ∽를 사용하여 나타내고, 그때의 닮음 조건을 각각 말하시오.

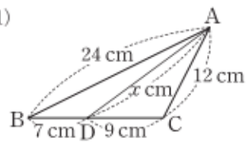




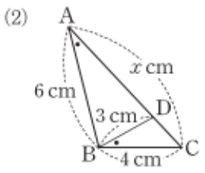
2 195쪽

다음 그림에서 x의 값을 구하시오.

(1)

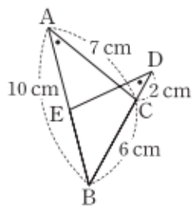


(2)



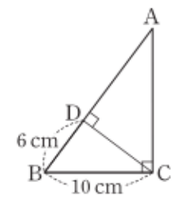
3 195쪽

오른쪽 그림에서 $\angle BAC=\angle BDE$일 때, $\overline{DE}$의 길이를 구하시오.



4 196쪽

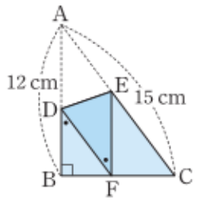
오른쪽 그림과 같이 $\angle C=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}\perp\overline{CD}$일 때, $\overline{AD}$의 길이를 구하시오.



생각 쑥 195쪽

문제해결

오른쪽 그림과 같이 $\angle B=90^\circ$인 직각삼각형 모양의 색종이 ABC를 꼭짓점 A가 변 BC 위에 오도록 접었다. $\angle BDF=\angle DFE$일 때, $\overline{BD}$의 길이를 구하시오.



3 평행선 사이의 선분의 길이의 비

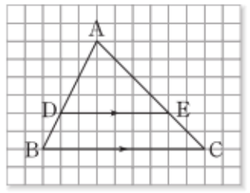
● 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 구할 수 있다.

삼각형에서 평행선을 그을 때 선분의 길이의 비는 어떻게 될까?

발견하기



오른쪽 그림은 모눈종이 위에 △ABC를 그린 후 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$가 되도록 $\overline{DE}$를 그은 것이다.

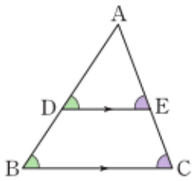


1 $\overline{AB}:\overline{AD}$와 $\overline{AC}:\overline{AE}$를 구한 후 그 결과를 비교해 보자.

2 $\overline{AD}:\overline{DB}$와 $\overline{AE}:\overline{EC}$를 구한 후 그 결과를 비교해 보자.

삼각형의 한 변에 평행한 직선을 그었을 때 생기는 선분의 길이의 비에 대하여 알아보자.

△ABC에서 변 BC에 평행한 직선과 두 변 AB, AC의 교점을 각각 D, E라고 하면 △ABC와 △ADE에서



$\angle ABC=\angle ADE$ (동위각),

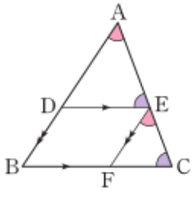
$\angle ACB=\angle AED$ (동위각)

이므로 $\triangle ABC\backsim\triangle ADE$ (AA 닮음)이다.

따라서 서로 닮은 두 삼각형에서 대응하는 변의 길이의 비는 모두 같으므로 다음이 성립한다.

$$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AC}:\overline{AE}=\overline{BC}:\overline{DE} \quad \cdots\cdots ①$$

또 점 E를 지나고 변 AB에 평행한 직선을 그어 변 BC와의 교점을 F라고 하면 △ADE와 △EFC에서



$\angle DAE=\angle FEC$ (동위각),

$\angle AED=\angle ECF$ (동위각)

이므로 $\triangle ADE\backsim\triangle EFC$ (AA 닮음)이다.

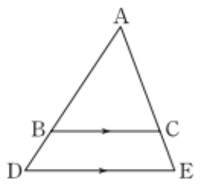
따라서 서로 닮은 두 삼각형에서 대응하는 변의 길이의 비는 모두 같으므로 $\overline{AD}:\overline{EF}=\overline{AE}:\overline{EC}$이다.

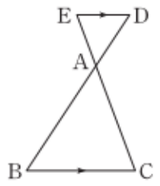
그런데 □DBFE는 평행사변형이므로 $\overline{DB}=\overline{EF}$이다.

따라서 다음이 성립한다.

$$\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC} \quad \cdots\cdots ②$$

한편 △ABC의 변 BC에 평행한 직선과 두 변 AB, AC의 연장선의 교점을 각각 D, E라고 하면 이 경우에도 ①, ②가 성립함을 알 수 있다.





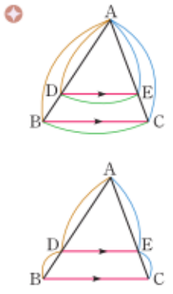
이상을 정리하면 다음과 같다.

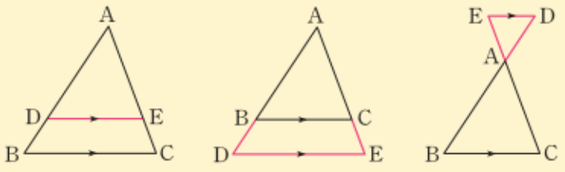
삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비

△ABC에서 두 변 AB, AC 또는 그 연장선 위의 점을 각각 점 D, E라고 할 때, $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$이면

❶ $\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AC}:\overline{AE}=\overline{BC}:\overline{DE}$

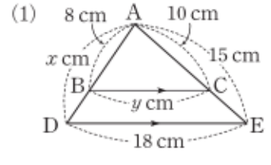
❷ $\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}$



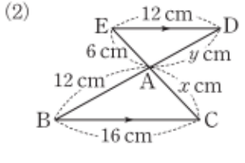


문제 1 다음 그림에서 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$일 때, x, y의 값을 각각 구하시오.

(1)

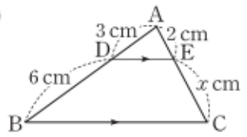


(2)

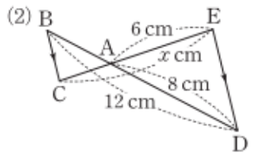


문제 2 다음 그림에서 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$일 때, x의 값을 구하시오.

(1)

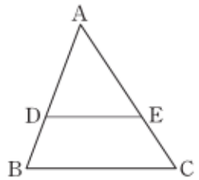


(2)





△ABC에서 두 변 AB, AC 위에
$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE}$가 되도록 점 D, E를 잡으면



△ABC와 △ADE에서

$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE}$,

∠A는 공통

이므로 △ABC∽△ADE (SAS 닮음)이다.

따라서 ∠ABC=∠ADE (동위각)이므로 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$이다.

또한 $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$이면 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$도 성립한다.

일반적으로 다음이 성립한다.

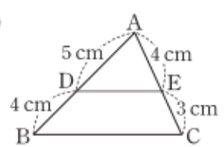
△ABC에서 두 변 AB, AC 또는 그 연장선 위의 점을 각각 D, E라고 할 때

❶ $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE}$이면 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$

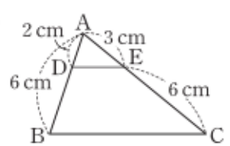
❷ $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$이면 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$

문제 3 다음 그림에서 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$인 것을 찾으시오.

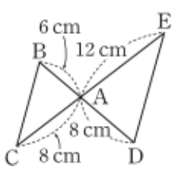
(1)



(2)

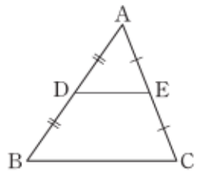


(3)



삼각형의 두 변의 중점을 이은 선분과 나머지 한 변 사이의 관계를 알아보자.

△ABC에서 두 변 AB, AC의 중점을 각각 D, E라고 하면

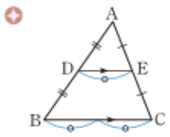


$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE} = 2 : 1$

이므로 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$이다. 따라서 삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비에 의하여

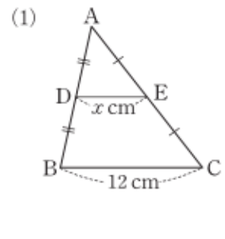
$\overline{BC} : \overline{DE} = \overline{AB} : \overline{AD} = 2 : 1$

이므로 $\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{BC}$이다. 즉, 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분은 나머지 한 변과 평행하고, 그 길이는 나머지 한 변의 길이의 $\frac{1}{2}$이다.

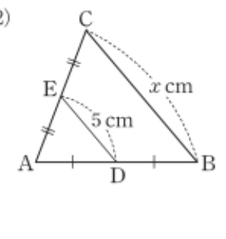


문제 4 다음 그림에서 x의 값을 구하시오.

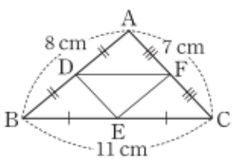
(1)



(2)

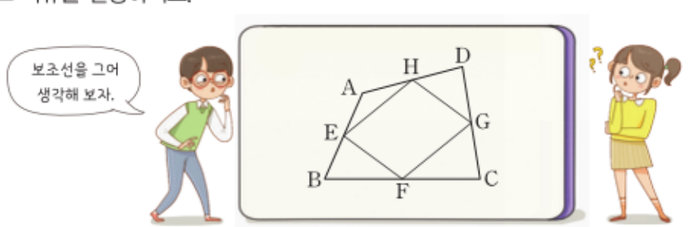


문제 5 오른쪽 △ABC에서 세 변 AB, BC, AC의 중점을 각각 D, E, F라고 할 때, △DEF의 둘레의 길이를 구하시오.



생각 KEY 우기 사례로 설명하기 — 추론 · 의사소통

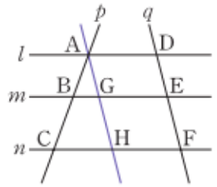
다음 그림과 같이 □ABCD의 네 변의 중점 E, F, G, H를 꼭짓점으로 하는 □EFGH는 어떤 사각형인지 말하고, 그 이유를 설명하시오.





평행선 사이의 선분의 길이의 비는 어떻게 될까?

평행한 세 직선 l, m, n과 다른 두 직선 p, q의 교점을 각각 A, B, C, D, E, F라고 하자.



이때 점 A를 지나고 직선 q에 평행한 직선을 그어 두 직선 m, n과의 교점을 각각 G, H라고 하면 $\triangle ACH$에서 $\overline{BG} /\!/ \overline{CH}$이므로

$$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AG} : \overline{GH} \quad \cdots\cdots ①$$

이다. 또 $\square AGED$와 $\square GHFE$는 평행사변형이므로

$$\overline{AG} = \overline{DE},\ \overline{GH} = \overline{EF} \quad \cdots\cdots ②$$

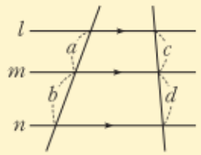
이다. 따라서 ①, ②에 의하여 $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{DE} : \overline{EF}$이다.

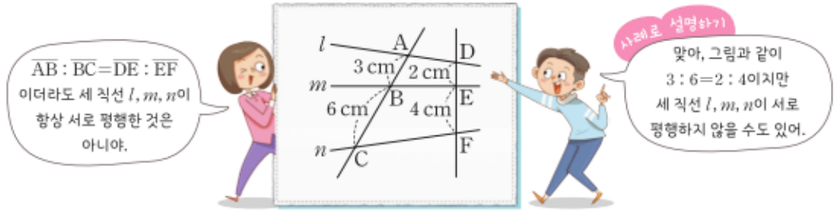
이상을 정리하면 다음과 같다.

평행선 사이의 선분의 길이의 비

세 평행선이 다른 두 직선과 만날 때, 평행선 사이의 선분의 길이의 비는 같다.

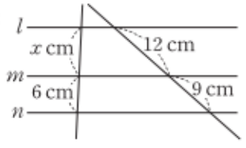
즉, 오른쪽 그림에서 $l /\!/ m /\!/ n$이면 $a : b = c : d$



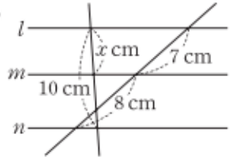


문제 6 다음 그림에서 $l /\!/ m /\!/ n$일 때, x의 값을 구하시오.

(1)



(2)



소단원 바로 확인하기

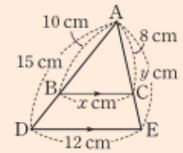
정답과 풀이 | 293쪽

개념 쏙 OX 퀴즈

(1) $\triangle ABC \backsim \triangle ADE$이다. ( )

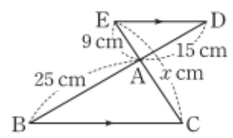
(2) $x = 8$이다. ( )

(3) $y = 10$이다. ( )



1 199쪽

오른쪽 그림에서 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$일 때, x의 값을 구하시오.

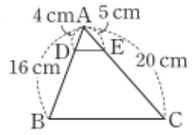


2 200쪽

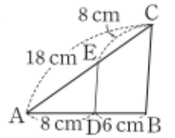
다음 보기 중 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$인 것을 모두 고르시오.

보기

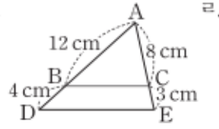
ㄱ.



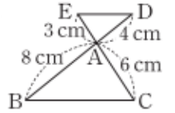
ㄴ.



ㄷ.

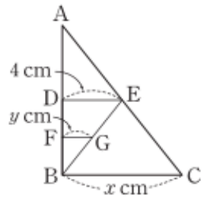


ㄹ.



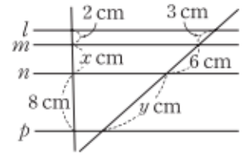
3 201쪽

오른쪽 $\triangle ABC$에서 두 점 D, E는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$의 중점이고 두 점 F, G는 각각 $\overline{BD}$, $\overline{BE}$의 중점일 때, x, y의 값을 각각 구하시오.



4 202쪽

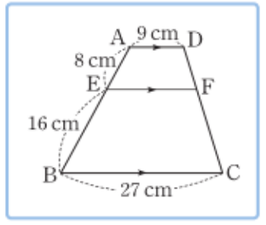
오른쪽 그림에서 $l /\!/ m /\!/ n /\!/ p$일 때, x, y의 값을 각각 구하시오.



생각 쑥 199쪽

문제해결

다음 그림에서 □ABCD는 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$인 사다리꼴이다. $\overline{EF} /\!/ \overline{BC}$일 때, $\overline{EF}$의 길이를 구하시오.





4. 삼각형의 무게중심

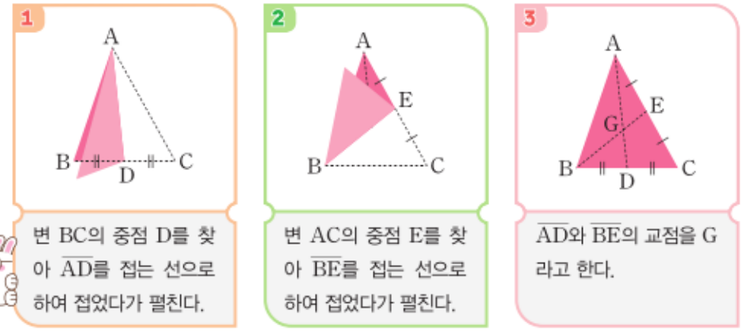
● 삼각형의 무게중심을 이해한다.

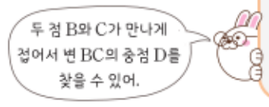
삼각형의 무게중심은 무엇일까?

발견하기 관찰하여 확인하기

준비물: 색종이(315쪽 꾸러미 ⑧), 연필, 컴퍼스

삼각형 모양의 색종이를 이용하여 다음과 같은 종이접기 활동을 해 보자.





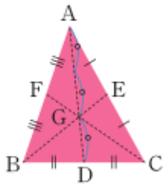
1 변 AB의 중점 F를 찾아 $\overline{CF}$를 접는 선으로 하여 접었다가 펼쳤을 때, $\overline{CF}$가 점 G를 지나는지 확인해 보자.

2 $\overline{AG}$의 길이가 $\overline{GD}$의 길이의 몇 배인지 컴퍼스를 이용하여 구해 보자.

발견하기에서 꼭짓점 C와 변 AB의 중점 F를 이은 $\overline{CF}$는 점 G를 지난다.

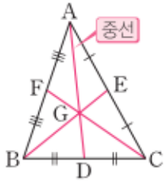
따라서 삼각형의 세 꼭짓점에서 그 대변의 중점을 각각 이은 세 선분은 한 점에서 만남을 알 수 있다.

또 $\overline{AG}$의 길이는 $\overline{GD}$의 길이의 2배임을 알 수 있다.



삼각형의 한 꼭짓점과 그 대변의 중점을 이은 선분을 **중선**이라고 한다.

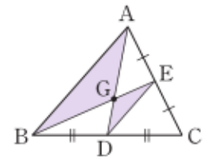
오른쪽 △ABC에서 $\overline{AD}$, $\overline{BE}$, $\overline{CF}$는 △ABC의 중선이다. 이와 같이 한 삼각형에는 세 개의 중선이 있다.





삼각형의 세 중선은 한 점에서 만나고, 그 점은 세 중선의 길이를 각 꼭짓점으로부터 각각 2 : 1이 되도록 나눔을 증명해 보자.

△ABC에서 두 중선 AD, BE의 교점을 G라고 하자.



두 점 D, E는 각각 두 변 BC, AC의 중점이므로

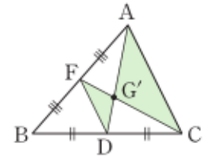
$$\overline{AB} /\!/ \overline{DE},\ \overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{AB}$$

이다. 따라서 △GAB∽△GDE (AA 닮음)이고 닮음비는 $\overline{AB} : \overline{DE}=2 : 1$이므로 $\overline{AG} : \overline{GD}=\overline{BG} : \overline{GE}=2 : 1$이다.

△GAB와 △GDE에서
∠GAB=∠GDE (엇각)
∠GBA=∠GED (엇각)
이므로
△GAB∽△GDE

즉, 점 G는 두 중선 AD와 BE를 각 꼭짓점으로부터 그 길이가 2 : 1이 되도록 나누는 점이다.

같은 방법으로 △ABC에서 두 중선 AD, CF의 교점을 G′이라고 하면 △G′AC∽△G′DF (AA 닮음)이고 $\overline{AG'} : \overline{G'D}=\overline{CG'} : \overline{G'F}=2 : 1$이다.

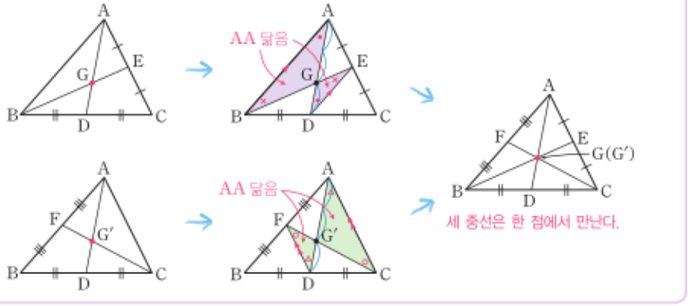


즉, 점 G′은 두 중선 AD와 CF를 각 꼭짓점으로부터 그 길이가 2 : 1이 되도록 나누는 점이다.

이때 점 G와 점 G′은 모두 중선 AD를 꼭짓점 A로부터 그 길이를 2 : 1로 나누는 점이므로 점 G와 점 G′은 일치한다.

따라서 △ABC의 세 중선은 한 점에서 만나고, 그 점은 세 중선의 길이를 각 꼭짓점으로부터 각각 2 : 1이 되도록 나눈다.

생각의 흐름





이때 삼각형의 세 중선의 교점을 그 삼각형의 **무게중심**이라고 한다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

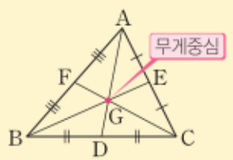


삼각형의 무게중심

삼각형의 세 중선은 한 점(무게중심)에서 만나고, 이 점은 세 중선의 길이를 각 꼭짓점으로부터 각각 2 : 1로 나눈다.

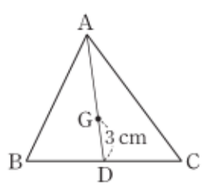
즉, 오른쪽 그림에서

$\overline{AG} : \overline{GD} = \overline{BG} : \overline{GE} = \overline{CG} : \overline{GF} = 2 : 1$



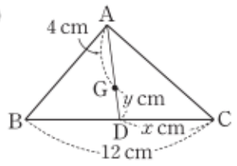
함께 풀기 1 오른쪽 그림에서 점 G가 △ABC의 무게중심일 때, 선분 AG의 길이를 구하면

$\overline{AG} = \square \times \overline{GD} = \square$ (cm)

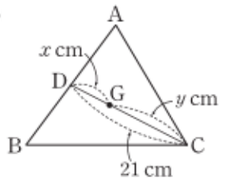


문제 1 다음 그림에서 점 G가 △ABC의 무게중심일 때, x, y의 값을 각각 구하시오.

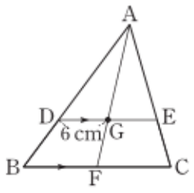
(1)



(2)



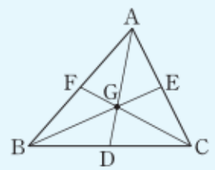
문제 2 오른쪽 그림에서 점 G는 △ABC의 무게중심이고, 점 G를 지나는 $\overline{DE}$는 $\overline{BC}$와 평행하다. $\overline{DG} = 6$ cm일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하시오.



함께 풀기 2 오른쪽 그림에서 점 G는 △ABC의 무게중심이고 △ABC의 넓이는 24 cm²일 때, 다음을 구하시오.

(1) △ABD의 넓이

(2) △GBD의 넓이



(1) 점 D가 $\overline{BC}$의 중점이고 △ABC와 △ABD는 높이가 같으므로

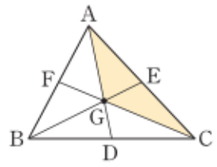
$\triangle ABD = \square \times \triangle ABC = \square$ (cm²)

(2) 점 G가 무게중심이므로 $\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : \square$

이때 △ABD와 △GBD는 밑변의 길이의 비가 $\overline{AD} : \overline{GD} = 3 : 1$이고 높이가 같으므로

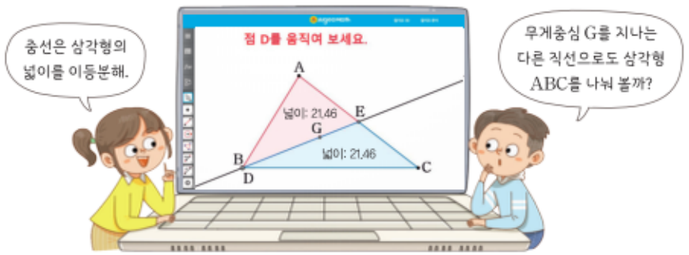
$\triangle GBD = \square \times \triangle ABD = \square$ (cm²)

문제 3 오른쪽 그림에서 점 G는 △ABC의 무게중심이고 △GBD의 넓이가 10 cm²일 때, △AGC의 넓이를 구하시오.



생각 KEY 우기 사례로 설명하기 — 추론 · 정보처리

다음 대화를 읽고, 무게중심을 지나는 모든 직선이 항상 삼각형의 넓이를 이등분하는지 알지오매스를 이용하여 확인해 보자.



소단원 바로 확인하기

정답과 풀이 | 294쪽

개념 콕 OX 퀴즈

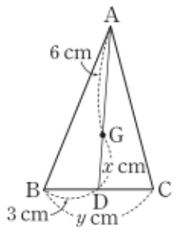
(1) 중선은 삼각형의 한 꼭짓점과 그 대변의 중점을 이은 선분이다. ( )

(2) 삼각형의 세 중선은 한 점에서 만나지 않는다. ( )

(3) 삼각형의 한 중선으로 나누어진 2개의 삼각형의 넓이는 같다. ( )

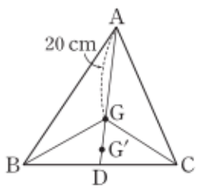
1 206쪽

오른쪽 그림에서 점 G는 △ABC의 무게중심이다. $\overline{AG}=6$ cm, $\overline{BD}=3$ cm일 때, x, y의 값을 각각 구하시오.



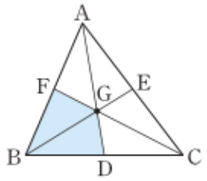
2 206쪽

오른쪽 그림에서 점 G는 △ABC의 무게중심이고, 점 G′은 △GBC의 무게중심이다. $\overline{AG}=20$ cm일 때, $\overline{GG'}$의 길이를 구하시오.



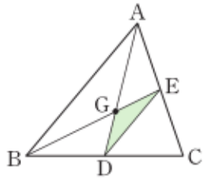
3 207쪽

오른쪽 그림에서 점 G는 △ABC의 무게중심이고, △GCA의 넓이가 8 cm²일 때, □GFBD의 넓이를 구하시오.



4 207쪽

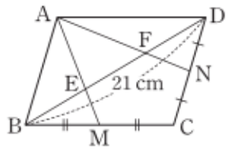
오른쪽 그림에서 점 G는 △ABC의 무게중심이고, △GAB의 넓이가 36 cm²일 때, △GDE의 넓이를 구하시오.



생각 문제해결

206쪽

오른쪽 평행사변형 ABCD에서 $\overline{BC}$와 $\overline{CD}$의 중점을 각각 M, N이라 하고, 대각선 BD와 $\overline{AM}$, $\overline{AN}$의 교점을 각각 E, F라고 하자. $\overline{BD}=21$ cm일 때, $\overline{EF}$의 길이를 구하시오.



FUN FUN 수학

연결 의사소통

돌아라, 삼각형 팽이!

준비물: 312쪽 꾸러미 ⑫, 자, 연필, 색연필, 칼, 팽이 심(또는 이쑤시개)

팽이는 축을 중심으로 어느 쪽으로도 기울어지지 않고 평형을 이룰 때 잘 돌아간다. 삼각형 모양으로 만든 팽이도 잘 돌아갈 수 있을까? 다음 활동을 통해 알아보자.

활동 1

꾸러미 ⑫의 삼각형 중 원하는 삼각형을 고른 후, 삼각형의 무게중심을 찾고 손가락 끝에 무게중심이 놓이게 올려 삼각형이 평형을 이루는지 관찰해 보자.



활동 2

활동 1의 삼각형을 디자인하고 삼각형의 무게중심에 팽이 심을 꽂아 삼각형 모양의 팽이를 만들어 보자. 또 만든 팽이를 돌려 보고, 팽이가 기울어지지 않고 잘 돌아가는 이유를 이야기해 보자.





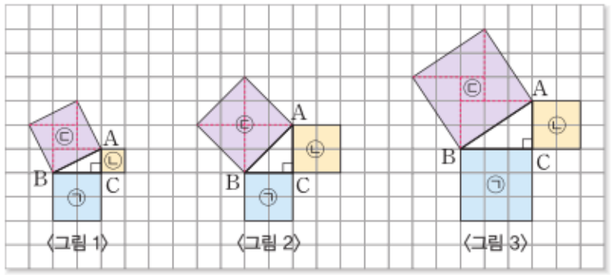
피타고라스 정리

● 피타고라스 정리를 이해하고 정당화할 수 있다.

피타고라스 정리는 무엇일까?

발견하기 관찰하여 확인하기

다음 그림은 한 눈금의 길이가 1인 모눈종이 위에 세 직각삼각형 ABC와 직각삼각형의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형 ㉠, ㉡, ㉢을 그린 것이다.

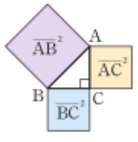


〈그림 1〉 〈그림 2〉 〈그림 3〉

다음 표를 완성하고, 각각의 그림에서 정사각형 ㉠, ㉡, ㉢의 넓이 사이의 관계를 이야기해 보자.

	㉠의 넓이	㉡의 넓이	㉢의 넓이
〈그림 1〉		1	5
〈그림 2〉			
〈그림 3〉			

발견하기에서 직각삼각형 ABC의 직각을 낀 두 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형 ㉠과 ㉡의 넓이의 합은 빗변을 한 변으로 하는 정사각형 ㉢의 넓이와 같음을 알 수 있다. 즉, (㉠의 넓이)+(㉡의 넓이)=(㉢의 넓이)이다.



그런데 세 정사각형 ㉠, ㉡, ㉢의 넓이는 각각 $\overline{BC}^2$, $\overline{AC}^2$, $\overline{AB}^2$이므로

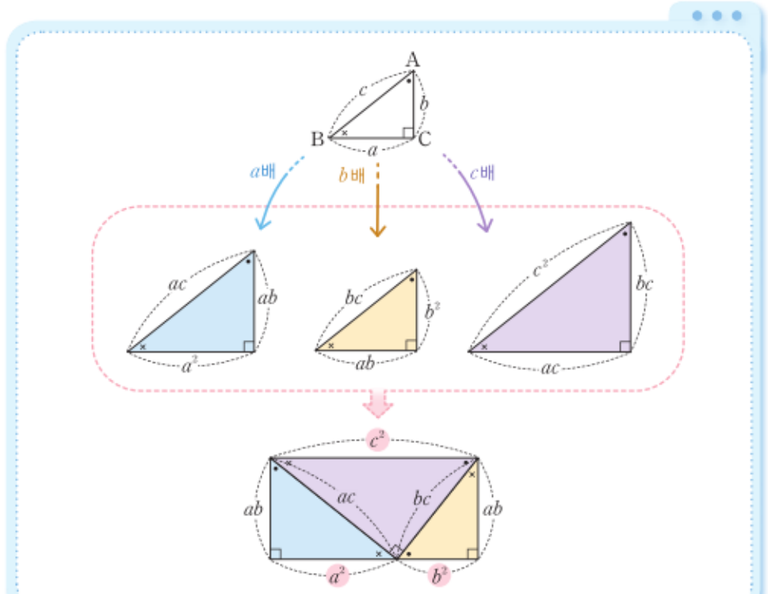
$$\overline{BC}^2+\overline{AC}^2=\overline{AB}^2$$

이다.

따라서 위의 직각삼각형에서 직각을 낀 두 변의 길이의 제곱의 합은 빗변의 길이의 제곱과 같음을 알 수 있다.

직각을 낀 두 변의 길이가 각각 a, b이고 빗변의 길이가 c인 직각삼각형에서 $a^2+b^2=c^2$이 성립하는지 알아보자.

직각삼각형의 세 변의 길이를 각각 a배, b배, c배 하여 닮은 삼각형 세 개를 만든 후, 세 직각삼각형을 길이가 ac인 변끼리, bc인 변끼리 맞붙이면 직사각형이 된다.



이때 직사각형의 대변의 길이는 같으므로

$$a^2+b^2=c^2$$

임을 알 수 있다. 즉, 직각삼각형에서 직각을 낀 두 변의 길이의 제곱의 합은 빗변의 길이의 제곱과 같다. 이와 같은 성질을 **피타고라스 정리**라고 한다.

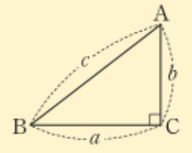
이상을 정리하면 다음과 같다.


피타고라스(Pythagoras, B.C. 569?~B.C. 475?)는 '피타고라스 정리'라고 불리는 직각삼각형의 성질을 체계적으로 설명하였다.

피타고라스 정리

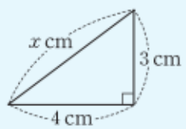
직각삼각형에서 직각을 낀 두 변의 길이를 각각 a, b라 하고, 빗변의 길이를 c라고 하면

$$a^2+b^2=c^2$$



함께 풀기 1

오른쪽 직각삼각형에서 x의 값을 구하시오.



피타고라스 정리에 의하여

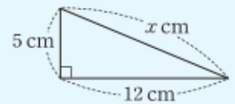
$x^2=3^2+4^2=25=5^2$

그런데 $x>0$이므로 $x=5$

답 5

스스로 풀기

오른쪽 직각삼각형에서 x의 값을 구하시오.



피타고라스 정리에 의하여

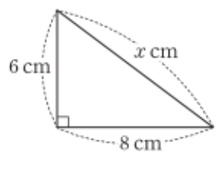
$x^2=$_____$=$_____$=$_____

그런데 $x>0$이므로 $x=$_____

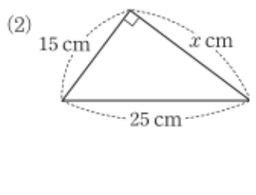
답 _____

문제 1 다음 직각삼각형에서 x의 값을 구하시오.

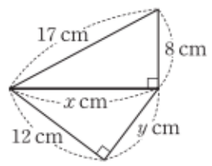
(1)



(2)

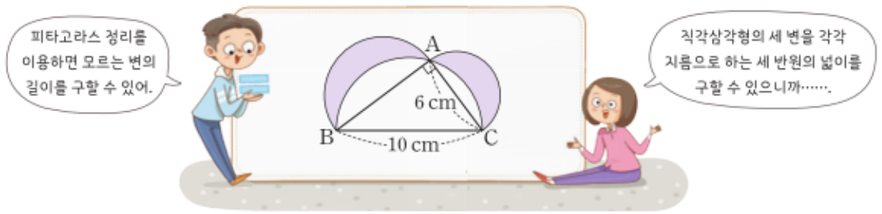


문제 2 오른쪽 그림에서 x, y의 값을 각각 구하시오.



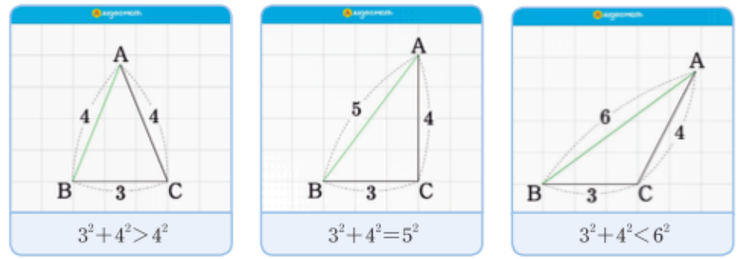
생각 KEY 우기 — 문제해결

다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 세 변을 각각 지름으로 하는 반원을 그렸을 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.



직각삼각형이 되는 조건은 무엇일까?

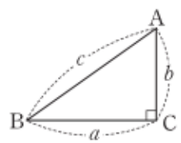
알지오매스를 이용하여 △ABC의 두 변의 길이 a, b를 각각 3, 4로 고정하고 다른 한 변의 길이 c를 4, 5, 6으로 변화시켰을 때, 이 삼각형들이 직각삼각형이 되는지 알아보자.





위의 그림에서 $3^2+4^2=5^2$인 두 번째 삼각형이 $\angle C=90^\circ$인 직각삼각형임을 알 수 있다.

일반적으로 세 변의 길이가 a, b, c인 △ABC에서 $a^2+b^2=c^2$이면 이 삼각형은 빗변의 길이가 c인 직각삼각형임이 알려져 있다.



문제 3 세 변의 길이가 다음과 같은 삼각형 중 직각삼각형인 것을 모두 찾으시오.

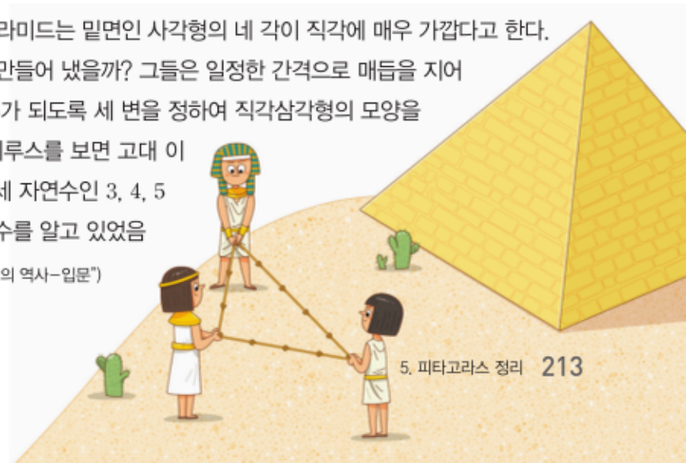
(1) 4 cm, 5 cm, 6 cm
(2) 5 cm, 12 cm, 13 cm
(3) 7 cm, 10 cm, 14 cm
(4) 12 cm, 16 cm, 20 cm

수학 TALK

밑면이 네모반듯한 피라미드의 비밀

기원전 2650년 무렵에 세워진 쿠푸왕의 대피라미드는 밑면인 사각형의 네 각이 직각에 매우 가깝다고 한다.

고대 이집트 사람들은 어떻게 이러한 직각을 만들어 냈을까? 그들은 일정한 간격으로 매듭을 지어 끈을 12등분한 후, 각 변의 길이의 비가 3 : 4 : 5가 되도록 세 변을 정하여 직각삼각형의 모양을 만들었다고 한다. 1938년에 발굴된 카이로 파피루스를 보면 고대 이집트 사람들은 피타고라스 정리를 만족시키는 세 자연수인 3, 4, 5뿐만 아니라 5, 12, 13과 20, 21, 29와 같은 세 수를 알고 있었음을 알 수 있다. (David M. Burton, "수학의 역사-입문")



소단원 바로 확인하기

정답과 풀이 | 295쪽

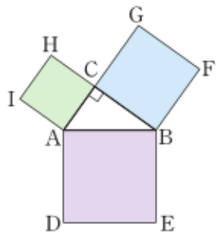
개념 쏙 OX 퀴즈

(1) 직각삼각형에서 직각을 낀 두 변의 길이를 각각 a, b라 하고, 빗변의 길이를 c라고 하면 $a+b=c$이다. ( )

(2) 주어진 삼각형의 세 변의 길이를 알면 그 삼각형이 직각삼각형인지 아닌지 알 수 있다. ( )

1 211쪽

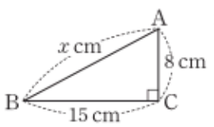
오른쪽 그림은 $\angle C=90°$인 직각삼각형 ABC의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. □ADEB의 넓이는 $60\ cm^2$, □BFGC의 넓이는 $40\ cm^2$일 때, □ACHI의 넓이를 구하시오.



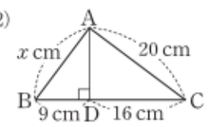
2 212쪽

다음 그림에서 x의 값을 구하시오.

(1)

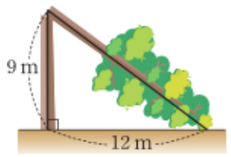


(2)



3 212쪽

오른쪽 그림과 같이 지면과 수직인 방향으로 자라던 나무가 부러져 있다. 지면으로부터 부러진 지점까지의 높이가 9 m, 나무가 서 있던 지점에서 부러진 나무의 끝이 닿은 지점까지의 거리가 12 m일 때, 부러지기 전 나무의 높이를 구하시오.



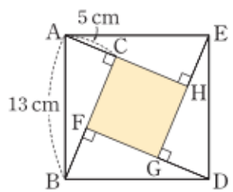
4 213쪽

세 변의 길이가 a cm, 24 cm, 25 cm인 삼각형이 직각삼각형이 되도록 하는 a의 값을 구하시오. (단, $a<24$)

생각 쑥 211쪽

문제해결

오른쪽 그림은 합동인 4개의 직각삼각형 ABC, BDF, DEG, EAH를 이용하여 사각형 ABDE를 만든 것이다. □CFGH의 넓이를 구하시오.



수학 역량 UP

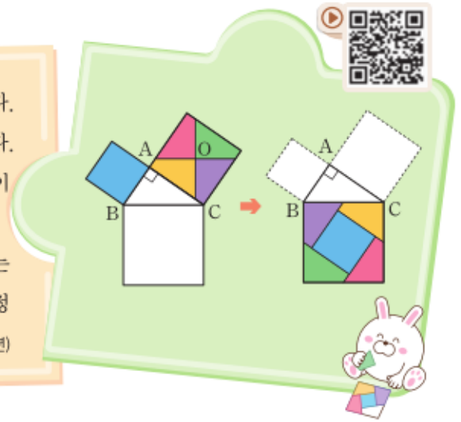
추론 의사소통

피타고라스 정리 파헤치기

활동 1 준비물: 311쪽 꾸러미 ⑬-1

다음은 영국의 아마추어 수학자인 페리갈(Perigal, H., 1801~1898)이 도형 분할 퍼즐로 피타고라스 정리를 설명한 방법이다.

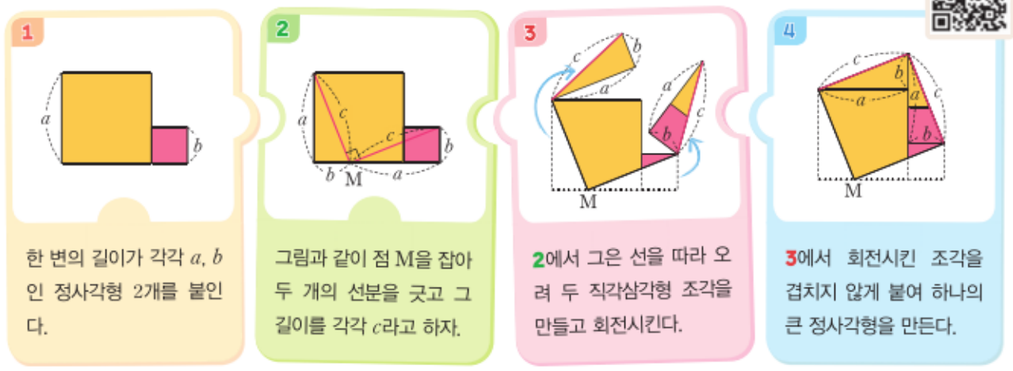
1 직각삼각형 ABC의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 만든다.
2 $\overline{AC}$를 한 변으로 하는 정사각형의 두 대각선의 교점 O를 잡는다.
3 점 O를 지나면서 $\overline{BC}$에 평행한 선분을 긋고, 이 선분과 수직이면서 점 O를 지나는 선분을 긋는다.
4 2, 3의 과정에서 나누어진 4개의 조각과 $\overline{AB}$를 한 변으로 하는 정사각형 조각으로 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 한 변으로 하는 정사각형을 빈틈없이 채운다. (MSU Libraries, 2024년)



311쪽 꾸러미 ⑬-1을 이용하여 4의 활동을 직접 해 보고, 피타고라스 정리가 성립함을 설명해 보자.

활동 2 준비물: 310쪽 꾸러미 ⑬-2

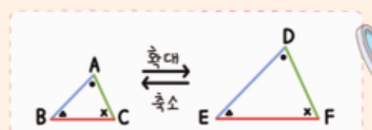
다음은 아라비아의 수학자인 타빗 이븐 쿠라(Thabit ibn Qurra, 826~901)가 피타고라스 정리를 설명한 방법이다.



(MSU Libraries, 2024년)

310쪽 꾸러미 ⑬-2를 이용하여 3, 4의 활동을 직접 해 보고, 피타고라스 정리가 성립함을 설명해 보자.

닮음





평면도형에서 닮음의 성질

서로 닮은 두 평면도형에서
① 대응하는 변의 길이의 비는 일정하다.
② 대응하는 각의 크기는 각각 같다.

닮음비가 $m:n$일 때
넓이의 비 ➡ $m^2:n$ ②

입체도형에서 닮음의 성질

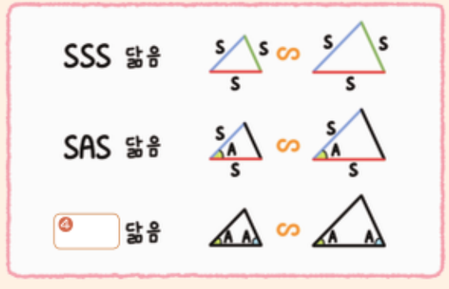
서로 닮은 두 입체도형에서
① 대응하는 모서리의 길이의 비는 일정하다.
② 대응하는 면은 서로 닮은 도형이다.

닮음비가 $m:n$일 때
부피의 비 ➡ $m^3:n$ ③



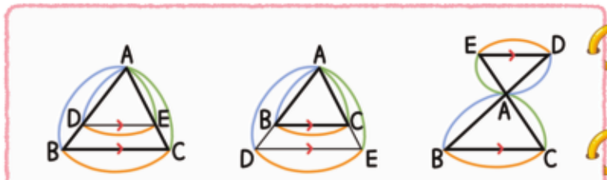


삼각형의 닮음 조건

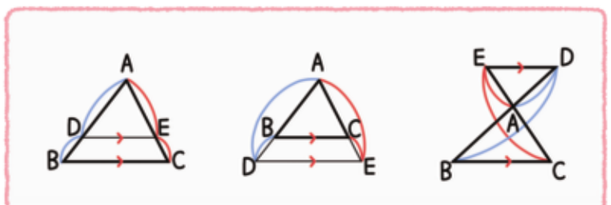


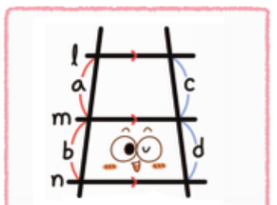


평행선 사이의 선분의 길이의 비

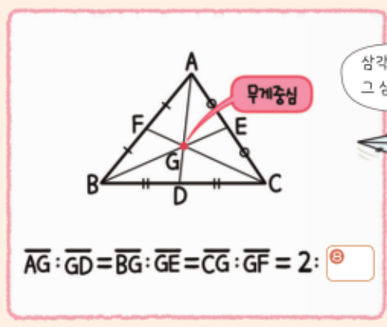




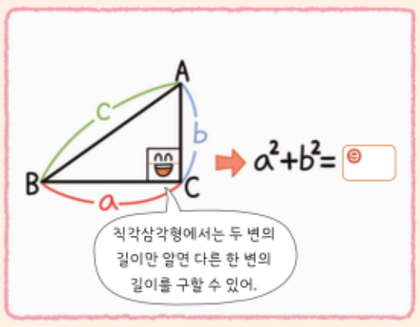




삼각형의 무게중심

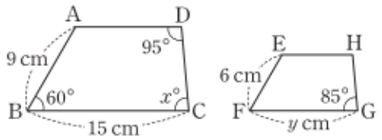


피타고라스 정리



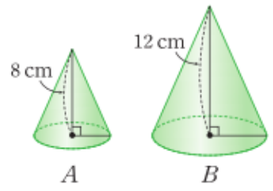
●○○ ↱185쪽 😊😐☹

01 다음 그림에서 □ABCD∽□EFGH일 때, x, y의 값을 각각 구하시오.



●●○ ↱189쪽 😊😐☹

02 다음 그림의 두 원뿔 A, B는 서로 닮은 도형이고 원뿔 B의 부피가 108π cm^{3}일 때, 원뿔 A의 부피를 구하시오.



●●○ ↱194쪽 😊😐☹

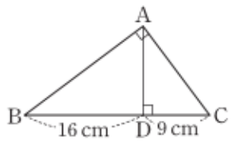
03 다음 그림에서 △ABC∽△DEF가 되기 위해 필요한 조건을 모두 고르면? (정답 2개)



① $\overline{AB}=8$ cm, $\overline{DE}=6$ cm
② $\overline{AB}=5$ cm, $\overline{DE}=4$ cm
③ $\overline{AC}=7$ cm, $\overline{DF}=5$ cm
④ $\angle C=30^\circ$, $\angle D=55^\circ$
⑤ $\angle C=30^\circ$, $\angle D=95^\circ$

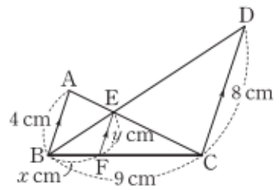
●●○ ↱194쪽 😊😐☹

04 오른쪽 그림과 같이 $\angle A=90^\circ$인 직각삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 빗변 BC에 내린 수선의 발을 D라고 할 때, $\overline{AB}$의 길이를 구하시오.



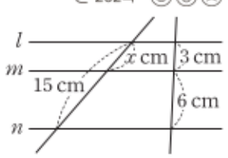
●●○ ↱199쪽 😊😐☹

05 다음 그림에서 $\overline{AB}/\!/\overline{EF}/\!/\overline{DC}$일 때, xy의 값을 구하시오.



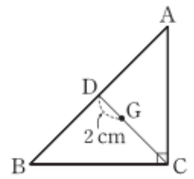
●○○ ↱202쪽 😊😐☹

06 오른쪽 그림에서 $l/\!/m/\!/n$일 때, x의 값을 구하시오.



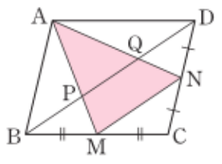
●●○ ↱206쪽 😊😐☹

07 오른쪽 그림에서 점 G는 △ABC의 무게중심이고 $\overline{GD}=2$ cm일 때, $\overline{AB}$의 길이를 구하시오.



●●● ↱188, 194, 206쪽 😊😐☹

08 오른쪽 평행사변형 ABCD에서 점 M, N은 각각 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$의 중점이고 △MCN의 넓이가 9 cm^{2}일 때, △AMN의 넓이를 구하시오.



●○○ ↱213쪽 😊😐☹

09 세 변의 길이가 보기와 같은 삼각형 중 직각삼각형인 것을 모두 고른 것은?

보기
ㄱ. 2 cm, 3 cm, 4 cm
ㄴ. 3 cm, 4 cm, 5 cm
ㄷ. 5 cm, 7 cm, 10 cm
ㄹ. 8 cm, 15 cm, 17 cm

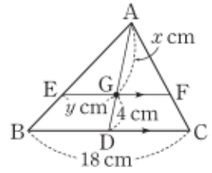
① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄹ ③ ㄴ, ㄷ
④ ㄴ, ㄹ ⑤ ㄷ, ㄹ

서술형

다음 문제의 풀이 과정을 자세히 서술하시오.

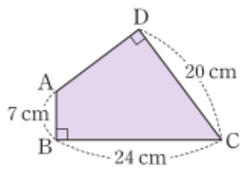
●●○ ↱199, 206쪽 😊😐☹

10 오른쪽 그림에서 점 G는 △ABC의 무게중심이고 $\overline{EF}/\!/\overline{BC}$일 때, $x+y$의 값을 구하시오.



●●○ ↱211쪽 😊😐☹

11 다음 □ABCD에서 $\angle B=\angle D=90^\circ$일 때, □ABCD의 넓이를 구하시오.



스스로 체크

대단원 내용을 다시 점검하려면 트레이닝 북 263~264쪽을 활용하세요.

흥미도	집중도	참여도	성취도
😊😐☹	😊😐☹	😊😐☹	😊😐☹

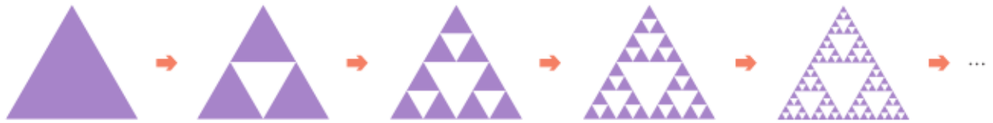
함께 다 창의 프로젝트

연결 의사소통

매력 넘치는 우리들

준비물: 309쪽 꾸러미 ⑯, 연필, 풀

정삼각형의 각 변의 중점을 이으면 4개의 삼각형이 만들어진다. 이 중 가운데 삼각형을 없애고 남은 삼각형들에서 같은 과정을 반복하여 만든 도형을 시에르핀스키 삼각형이라고 한다.



함께과제 우리 반 학생들의 매력을 담은 시에르핀스키 삼각형 모양을 다 함께 완성해 보고, 우리 반의 매력을 나타내는 문장을 작성해 보자.

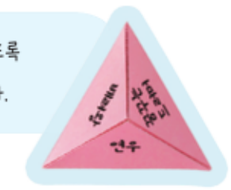
1 4, 5명씩 모둠을 구성하고, 각자 꾸러미 ⑭에 있는 삼각뿔의 전개도를 모둠원 수(본인 포함)만큼 준비한다.

2 삼각뿔의 전개도 각각에 모둠원(본인 포함)의 이름과 그 사람의 매력 두 가지를 옆면에 각각 쓴다.





3 이름과 매력이 쓰인 면이 보이도록 전개도를 접어 삼각뿔을 만든다.



4 우리 반 학생들이 만든 삼각뿔을 모두 모아 시에르핀스키 삼각형 모양을 완성한다.





동료 평가

- 삼각뿔의 전개도에 나의 매력과 친구들의 매력을 잘 표현하였는가? ☐
- 시에르핀스키 삼각형 모양을 잘 완성하였는가? ☐
- 친구의 의견을 경청하며 민주적으로 협의하였는가? ☐

수학 STORY

내 속엔 내가 너무도 많아!

오른쪽과 같이 고사리를 확대해 보면 일부분과 전체가 서로 닮아 있는 것을 확인할 수 있다. 이와 같이 부분이 전체와 닮아 있는 성질을 갖는 구조를 프랙털(fractal) 구조라고 한다. 프랙털 구조는 우리 주변에서 흔히 발견할 수 있다. (Fractal Foundation, 2024년)

1. 자연 속의 프랙털 구조



2. 예술 속의 프랙털 구조



3. 우리 몸속의 프랙털 구조



프랙털 구조는 공학에서도 응용된다. 예를 들어 휴대폰에는 전화, 블루투스, 와이파이 등 여러 주파수 대역으로 통신할 수 있는 소형 안테나가 필요한데 프랙털 안테나는 크기가 작으면서도 다양한 주파수 대역에서 작동하고 전력 효율이 높아 자주 사용된다.



〈프랙털 안테나〉

